

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

Олимпиада школьников «Морское наследие» по математике

11 класс

Вариант 1

1. Найти (в градусах) сумму корней уравнения в промежутке

$$\cos 2t + 3\sin t = 2; \quad 0^\circ < t < 90^\circ.$$

10 баллов Ответ: 120

2. Определить четырехзначное число начинающееся с 1, если известно, что сумма его цифр делится на 5. Если же к этому числу прибавить 6723, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

10 баллов Ответ: 1748.

3. Найти отрезок, концы которого лежат на графике функции $y = f(x)$, а ось ординат является для него серединным перпендикуляром. (В ответ указать сумму координат правого конца) $f(x) = \cos \pi x + \sin \pi x + \ln(4 - 3|x|)$

15 баллов Ответ: 0

4. Окружность радиуса 13 касается двух смежных сторон квадрата, деля их в отношении 12/13. Пересекая две другие его стороны, она отсекает меньший отрезок длины $\frac{8}{13}$. Найти длину стороны квадрата

15 баллов Ответ: 25

5. Решить систему. В ответе записать y

$$\begin{cases} \log_5(3x) + \log_5 y + \log_5(3 - 9x^2) - \log_5(1 - 27x^2) + 1 = 0 \\ 3 \cdot \operatorname{arctg}(3x) + \operatorname{arccctg}(5y) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

20 баллов Ответ: 0,2.

6. Найти наименьшее целое значение параметра k , при котором уравнение $\log_{2x-3}(x^2 + kx - 7) = 1$ не имеет решений.

30 баллов Ответ: 2.

Санкт-Петербургский морской технический университет
Олимпиада школьников «Морское наследие» по математике

11 класс

Вариант 2

1. Найти (в градусах) корень уравнения в промежутке

$$\cos 2p - 5 \sin p - 3 = 0; \quad -180^\circ \leq p \leq -90^\circ$$

10 баллов Ответ: -150

2. Определить четырехзначное число начинающееся с 1, если известно, что сумма его цифр делится на 5. Если же к этому числу прибавить 5445, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

10 баллов Ответ: 1496.

3. Найти отрезок, концы которого лежат на графике функции $y = f(x)$, а ось ординат является для него серединным перпендикуляром. (В ответ указать сумму координат правого конца)

$$f(x) = \sin(\pi|x|) + x^3 + 2x^2 - 9x - \sqrt{5(x^2 - 4)}$$

15 баллов Ответ: 16

4. Окружность радиуса 5 касается двух смежных сторон квадрата и делит каждую из них на отрезки, длина меньшего из которых равна 3. Найти длину меньшего из отрезков, на которые делятся окружностью другие смежные стороны квадрата

15 баллов Ответ: 1

5. Решить систему. В ответе записать y
$$\begin{cases} \log_2\left(\frac{x}{3}\right) + \log_2 y + \log_2\left(3 - \frac{x^2}{9}\right) = \log_2\left(1 - \frac{x^2}{3}\right) - 1 \\ 3 \cdot \arctg\left(\frac{x}{3}\right) + \operatorname{arccctg}(2y) = \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

20 баллов Ответ: 0,5.

6. Найти наибольшее целое значение k , при котором уравнение $\log_{2x-1}(3x^2 + kx + k + 12) = 2$ не имеет решений.

30 баллов Ответ: -7 .