

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

Олимпиада школьников «Морское наследие»

9-10 класс

Вариант 1

1. Сумма второго и восьмого членов арифметической прогрессии равна 10, а сумма третьего и четырнадцатого членов равна 31. Найти первый член прогрессии..
10 баллов Ответ: -7

2. Определить четырехзначное число начинающееся с 1, если известно, что сумма его цифр делится на 5. Если же к этому числу прибавить 8352, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке.
10 баллов Ответ: 1379.

3. Найти отрезок, концы которого лежат на графике функции $y = f(x)$, а ось ординат является для него серединным перпендикуляром. (В ответ указать сумму координат правого конца)
$$f(x) = 4x^3 + 4x^2 - x + 3 - \frac{1}{x}$$

15 баллов Ответ: 2,5.

4. Окружность радиуса 5 касается двух смежных сторон квадрата и делит каждую из них на отрезки, длина меньшего из которых равна 4. Найти длину большего из отрезков, на которые делятся окружностью другие смежные стороны квадрата
15 баллов Ответ: 7.

5. Найти целое значение a , при котором выражение $\frac{a}{2a-15}$ принимает наибольшее значение.
20 баллов Ответ: 8.

6. Найти все значения параметра b , при которых система уравнений не имеет решений. В ответе записать наименьшее целое положительное значение параметра b .
$$\begin{cases} |x+1| + |2y-1| = 1 \\ 2+2x+x^2+2y+y^2-b=0. \end{cases}$$

30 баллов Ответ: 5..

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

Олимпиада школьников «Морское наследие»

9-10 класс

Вариант 2

1. Сумма первого и третьего членов геометрической прогрессии равна 40, а сумма второго и четвертого членов равна 80. Найти седьмой член прогрессии
10 баллов Ответ: 512
2. Определить четырехзначное число начинающееся с 1, если известно, что сумма его цифр делится на 5. Если же к этому числу прибавить 7632, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке.
10 баллов Ответ: 1739.
3. Найти отрезок, концы которого лежат на графике функции $y = f(x)$, а ось ординат является для него серединным перпендикуляром. (В ответ указать сумму координат правого конца)
$$f(x) = 2x^4 - 9x^2 - x + 3 + \frac{81}{x^3}$$

15 баллов Ответ: 87.
4. Окружность касается двух смежных сторон квадрата со стороной 18 и пересекает две другие его стороны. Точки касания делят соответствующие стороны квадрата в отношении 5/13. Длина меньшего из отрезков, на которые делится сторона квадрата точкой касания равна 5. Найти радиус окружности
15 баллов Ответ: 13.
5. Найти целое значение a , при котором выражение $\frac{a}{2a-9}$ принимает наибольшее значение.
20 баллов Ответ: 5.
6. Найти все значения параметра b , при которых система уравнений не имеет решений. В ответе записать наименьшее целое положительное значение параметра b .
$$\begin{cases} |2x-3| + 3 \cdot |y+1| = 3 \\ 17 - 8x + x^2 + 2y + y^2 - b = 0. \end{cases}$$

30 баллов Ответ: 17..