Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

Олимпиада школьников «Морское наследие»

1. Реализуйте на любом знакомом Вам алгоритмическом языке следующую задачу: поменять местами строки матрицы так, чтобы элементы первого столбца оказались упорядоченными.

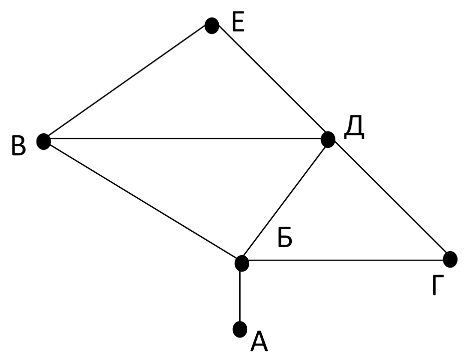
РЕШЕНИЕ:

```
int mas[5][5] = {{3,5,2,7,4},{5,3,6,8,2},{4,5,1,1,4},{5,6,4,3,5},{4,2,5,4,2}};
int i,j,k, min, imin, temp, N=5;
int main()
{
for (i=0;i<N;i++)
	{
		min=mas[i][0];
			imin=i;
		for(j=i;j<N;j++)
		{
			if (mas[j][0]<min) { min=mas[j][0]; imin=j;}
		}
		for (k=0; k<N; k++)
		{
			temp=mas[i][k];
			mas[i][k]=mas[imin][k];
			mas[imin][k]=temp;
		}
	}

}
```

(балл 15)

2. На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.



	П1	П2	П3	П4	П5	П6
П1		17	20	18	9	
П2	17		10			
П3	20	10		8		
П4	18		8		15	12
П5	9			15		
П6				12		

Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите наименьшую длину дороги из пункта А в пункт Е.

ВНИМАНИЕ! Длины отрезков на схеме не отражают длины дорог.

РЕШЕНИЕ:

Вершина А – единственная вершина с одним ребром, следовательно, А=П6.

Вершина Б – единственная вершина, соединяющая четыре ребра, одно из которых соединено с А, следовательно, Б=П4.

Вершина Г – вершина, соединяющая два ребра, одно из которых соединено с Б, следовательно, Г=П5 и Д=П1.

Оставшееся ребро, которое соединено с Б – это ребро, соединяющее вершины Б и В, следовательно, В=П3.

Осталась одна вершина А=П2.

Подставив в таблицу вместо названий столбцов и строк соответствующие названия вершин получим:

	Д	Е	В	Б	Г	А
Д		17	20	18	9	
Е	17		10			
В	20	10		8		
Б	18		8		15	12
Г	9			15		
А				12		

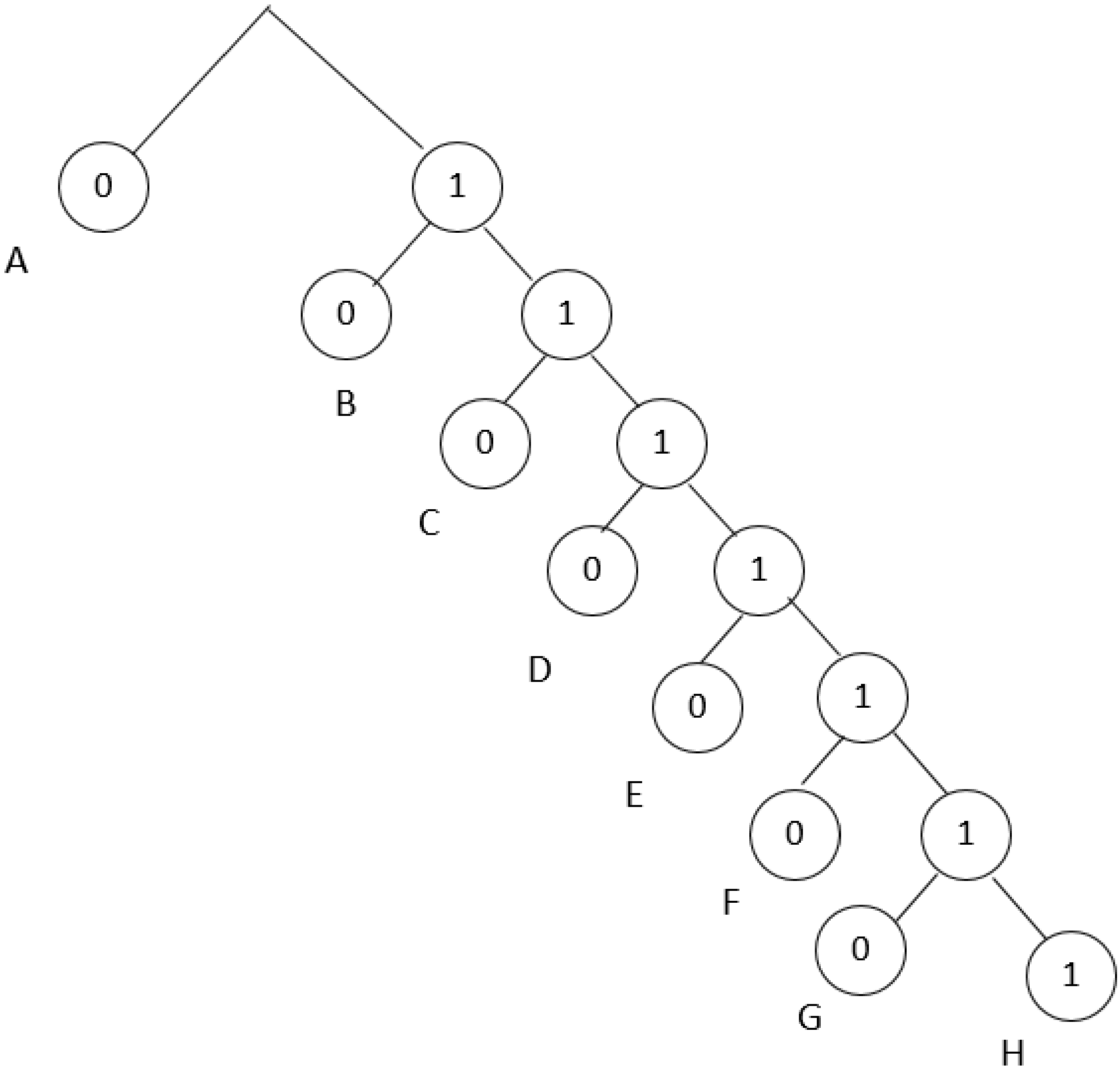
Возможные кротчайшие пути:
А-Б-Д-Е 12+18+17=47
А-Б-В-Е 12+8+10=30

ОТВЕТ: 30 *(балл 15)*

3. Для кодирования некоторой последовательности, состоящей только из букв A, B, C, D, E, F, G, H решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв A, B использовали соответственно кодовые слова 0, 10. Какова наименьшая возможная сумма длин кодовых букв C, D, E, F, G, H при котором код будет допускать однозначное декодирование.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

РЕШЕНИЕ:



A – 0
B – 10
____
C – 110
D – 1110
E – 11110
F – 111110
G – 1111110
H - 1111111

ОТВЕТ: 32 *(балл 15)*

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 35_x + 78_y = 94_{10} \\ 55_x + 70_y = 98_{10} \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ:

Переведем числа из систем счисления с основаниями x и y в десятичную систему:

$35_x = 5\,x^0 + 3\,x^1 = 3x+5$

$55_x = 5\,x^0 + 5\,x^1 = 5x+5$

$78_y = 8\,y^0 + 7\,y^1 = 7y + 8$

$70_y = 0\,y^0 + 7\,y^1 = 7y$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x+5 + 7y + 8 = 94 \\ 5x + 5 + 7y = 98 \end{cases}$$

Выразив из второго уравнения x через y, получим:

$x = \frac{3\,(93-7y)}{5}$

Подставив x в первое уравнение, получим:

$14\,y = 126$

$y = 9$

$x = \frac{93-63)}{5} = 6.$

ОТВЕТ: x = 6, y = 9 *(балл 15)*

5. Сколько значащих нулей содержится в записи числа, данного ниже, в системе счисления с основанием 11?

$$11^6 + 11^{11} - 34$$

РЕШЕНИЕ:

Переведем систему счисления равную 11 и получим:

$\underbrace{100000000000}_{\mathbf{11}} + \underbrace{1000000}_{\mathbf{6}} - 31$

$$\begin{array}{r} 100001000000 \\ -\quad 31 \\ \hline 100000AAAA7A \end{array}$$

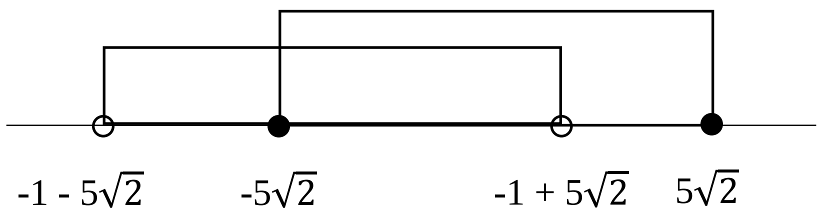
ОТВЕТ: 5 *(балл 20)*

6. Каково наибольшее целое X, при котором истинно высказывание:
$(50 < X \cdot X) \rightarrow (50 > (X + 1) \cdot (X + 1))$?

РЕШЕНИЕ:
По правилу преобразования импликации ($A \rightarrow B = \neg A \vee B$) имеем:
$(50 < X \cdot X) \rightarrow (50 > (X + 1) \cdot (X + 1)) = \neg(50 < X \cdot X) \vee (50 > (X + 1) \cdot (X + 1))$
Построим отрицание для первой скобки:
$\neg(50 < X \cdot X) \vee (50 > (X + 1) \cdot (X + 1)) = (50 \geq X \cdot X) \vee (50 > (X + 1) \cdot (X + 1))$

Решим отдельно каждое неравенство:
1. $50 \geq X \cdot X$
   $-5\sqrt{2} \leq X \leq 5\sqrt{2}$
2. $50 > (X + 1) \cdot (X + 1)$
   $-5\sqrt{2} < X+1 < 5\sqrt{2}$
   $-1 - 5\sqrt{2} < X < -1 + 5\sqrt{2}$

Найдем объединение решений (учитывая, что дизъюнкция истинна, когда истинно хотя бы одно из утверждений):



Получаем, что $X \in (-1 - 5\sqrt{2}; 5\sqrt{2})$.

Чтобы найти наибольшее целое X, при котором истинно исходное высказывание, оценим значение правой границы:

$X^2 = 50$

$49 < 50 < 64$

$7 < X < 8$

Значит, наибольший возможный X = 7.

ОТВЕТ: 7 *(балл 15)*