

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет
Олимпиада школьников «Морское наследие»

1. Решите уравнение:

$$654_x + 216_x = 444_{10}$$

РЕШЕНИЕ:

$$654_x = 4 \cdot x^0 + 5 \cdot x^1 + 6 \cdot x^2 = 6x^2 + 5x + 4$$

$$216_x = 6 \cdot x^0 + 1 \cdot x^1 + 2 \cdot x^2 = 2x^2 + x + 6$$

$$6x^2 + 5x + 4 + 2x^2 + x + 6 = 8x^2 + 6x + 10 = 444$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 8 \cdot 434}}{16} = \frac{-6 \pm 118}{16}$$

$$x_1 = 7; x_2 = -7,75;$$

Использовать можно только положительный корень, т.к. основание системы не может быть отрицательным и дробным числом.

ОТВЕТ: 7 (Баллы 15)

2. Вычислить значение выражения, ответ запишите в десятичной системе.

$$122_3 + 365_9 + 343_5$$

РЕШЕНИЕ:

$$2 \cdot 3^0 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^2 + 5 \cdot 9^0 + 6 \cdot 9^1 + 3 \cdot 9^2 + 3 \cdot 5^0 + 4 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^2 =$$

$$2 + 6 + 9 + 5 + 54 + 243 + 3 + 20 + 75 = 417$$

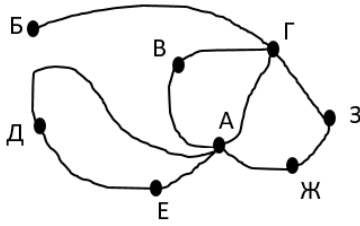
ОТВЕТ: 417 (Баллы 10)

3. Переведите число в число с основанием системы - 16:

$$6985,5_{10}$$

ОТВЕТ: 1B49,8 (Баллы 10)

4. На рисунке представлена схема дорог около города Н. В таблице содержатся сведения о длине дороги из одного населённого пункта в другой, отсутствие числа означает, что такой дороги нет. Каждому населённому пункту на схеме соответствует его номер в таблице, но неизвестно, какой именно. Определите минимальный путь между населёнными пунктами А и З.



	НП1	НП2	НП3	НП4	НП5	НП6	НП7	НП8
НП1		20	2					
НП2	20		15					
НП3	2	15		7		1	3	
НП4			7				5	
НП5						4	8	
НП6			1		4			
НП7			3	5	8			10
НП8							10	

РЕШЕНИЕ:

А – единственный населенный пункт, соединяющий 5 дорог, следовательно:

$$А=НП3.$$

З – единственный населенный пункт, который не соединен с А и соединяет две дороги, следовательно:

$$З=НП5.$$

Ж соединен только с З и А, следовательно: Ж=НП6.

Первый путь от А до З равен: $1+4=5$.

Г – единственный населенный пункт, соединяющий 4 дороги, следовательно: Г=НП7.

В – населенный пункт, соединенный только с пунктами Г и А, следовательно: В=НП4.

Второй путь равен: $7+5+8=20$.

Третий путь равен: $3+8=11$.

Самый короткий путь из пункта А в пункт З равен: 5.

ОТВЕТ: 5 (Баллы 15)

5. Логическая функция F задаётся выражением:

$$(X \wedge Y \wedge \bar{Z}) \vee (Z \wedge Y \wedge \bar{X})$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F=0$.

РЕШЕНИЕ:

В таблице истинности $2^3 = 8$ строк.

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Дизъюнкция (ИЛИ) истинна, когда хотя бы одна из скобок истинна. Первая скобка истинна при $X=1$ $Y=1$ $Z=0$, поэтому в седьмой строке $F=1$. Вторая скобка истинна при $Z=1$ $Y=1$ $X=0$, значит, в пятой строке $F=1$. Тогда в остальных строках $F=0$.

ОТВЕТ: 6 (Баллы 25)

6. Автомат получает на вход четырехзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1. Перемножаются первая и вторая, а также третья и четвертая цифры исходного числа.

2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 2491. Произведения: $2 \cdot 4=8$; $9 \cdot 1=9$. Результат: 98.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого автомат выдаст число 326.

РЕШЕНИЕ:

Максимальное значение, которое можно получить при перемножении двух цифр, — 81. Поэтому разобьем результат работы алгоритма на числа, не превышающие 81, записанные в порядке убывания: 32|6.

Теперь подберем наиболее выгодное для нас разложение числа 32. Наша задача подобрать такое разложение, чтобы первое из чисел в произведении было минимальным:

Разложения, в которых участвуют цифры больше 9 нам не подходят. Значит, $4 \cdot 8=32$ — самое выгодное для нас разложение числа 32. В остальных случаях мы не сможем получить минимальное число.

Теперь подберем наиболее выгодное для нас разложение числа 6. Наша задача подобрать такое разложение, чтобы первое из чисел в произведении было минимальным: $1 \cdot 6=6$ — самое выгодное для нас разложение числа 6. В остальных случаях мы не сможем получить минимальное число. Поскольку в результате

работы алгоритма нам необходимо получить 326, исходя из разложений, получим ответ — 1648. Проверим его: $1 \cdot 6 = 6$, $4 \cdot 8 = 32$, запишем результаты в порядке убывания: 326.

ОТВЕТ: 1648 (Баллы 25)