Методические указание по Отраслевой олимпиаде школьников «Газпром», профиль физика.

Учебное пособие для подготовки к олимпиаде

Под редакцией Кравцова А.В.

Задания заключительного этапа

9 класс

Вариант 1

1. Расстояние между двумя пунктами l = 200 км туда и обратно вертолет в первый раз пролетел в безветренную погоду, а во второй раз при ветре, дующем со скоростью $V_в$ = 2 м/с параллельно скорости вертолета. Скорость вертолета относительно воздуха в обоих случаях равна V = 144 км/ч. На какую величину Δt время движения в ветреную погоду в данном случае больше времени движения в безветренную погоду?

Решение:

Время движения вертолета в безветренную погоду равно

$$\tau_1 = \frac{2l}{V}$$

Время движения вертолета при ветре складывается из времени движения по ветру и времени движения против ветра:

$$\tau_2 = \frac{l}{V + V_в} + \frac{l}{V - V_в}$$

Разность этих величин равна

$$\Delta t = \tau_2 - \tau_1 = \frac{2l}{V} \cdot \frac{V_в^2}{V^2 - V_в^2} = 25{,}1\ c$$

2. Тело соскальзывает без начальной скорости с наклонной плоскости с углом наклона α = 30°. На первых k = 1/3 пути коэффициент трения μ_1 = 0,5. Определите коэффициент трения μ_2 на оставшемся отрезке пути, если у основания наклонной плоскости скорость тела равна нулю.

Решение:

В конце первой части пути скорость тела равна

$$V = \sqrt{2kSg(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha)},$$

где S – длина наклонной плоскости; g – ускорение свободного падения.

Эта же скорость будет в начале второго участка пути и может быть выражена следующим образом:

$$V = \sqrt{2(k-1)Sg(\mu_2 \cos\alpha - \sin\alpha)}.$$

Приравнивая подкоренные выражения, получим

$\mu_2 = (\mathrm{tg}\alpha - k\mu_1)/(1 - k) = 0{,}62$.

3. Для измерения температуры воды массой m = 20 г в неё погрузили термометр, который показал температуру θ = 32,4 °C. Какова действительная температура воды $t_д$, если теплоёмкость термометра $C_т$ = 2,1 Дж/К, и перед погружением в воду он показывал температуру помещения $t_п$ = 8,4 ℃? Вода находится в калориметре, теплоемкость которого составляет $C_к$ = 45 Дж/К. Удельная теплоёмкость воды $c_в$ = 4200 Дж/(кг*К).

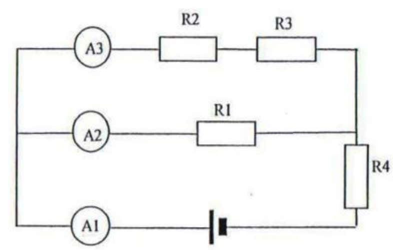
Решение:

Составим уравнение теплового баланса для процесса измерения:

$C_т(\theta - t_п) = (c_в m + C_к)(t_д - \theta)$.

Решая это уравнение относительно $t_д$, получим $t_д \approx 32{,}8$ °C.

4. Второй амперметр в схеме показывает силу тока I_2 = 1 А. Сопротивления R_1 = 1 Ом, R_2, R_3 и R_4 по 2 Ом. Найдите напряжение на зажимах источника электрической энергии.



Решение:

Напряжение на резисторе R_1 равно

$$U_2 = I_2 R_1$$

$$I_3 = I_2\left(1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3}\right)$$

Ток в ветви, содержащей источник питания, равен

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Напряжение источника питания

$$U = I_2 R_1 + I_1 R_4 = I_2\left(R_1 + R_4 + \frac{R_1 R_4}{R_2 + R_3}\right) = 3{,}5\ \text{В}$$

5. Три одинаковых бруска, каждый массой m, связанных между собой невесомыми нерастяжимыми нитями, движутся по горизонтальной поверхности под действием силы, приложенной к первому бруску и направленной вверх под углом α к горизонту. Найдите эту силу, если сила натяжения нити между последними брусками T, а коэффициент трения брусков о поверхность μ.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения для третьего, второго и первого тел соответственно:

$$T - \mu m g = m a$$

$$T' - T - \mu m g = m a$$

$$F\cos\alpha - T' - \mu(mg - F\sin\alpha) = m a$$

Решая эту систему уравнений относительно F, получим

$$F = \frac{3T}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

6. С какой скоростью должна вылететь из ружья свинцовая дробинка при выстреле вертикально вниз с высоты 300 м, чтобы при неупругом ударе дробинка полностью расплавилась? Считать, что количество теплоты, выделившаяся при ударе, поровну распределяется между дробинкой и поверхностью, о которую произошел удар. Начальная температура дробинки 177 ℃, температура плавления свинца 327 ℃, его удельная теплоёмкость 130 Дж/(кг*К), удельная теплота плавления 22 кДж/кг.

Решение:

Составим уравнение по закону сохранения энергии

$$\frac{1}{2}\left(m\frac{V^2}{2} + mgH\right) = cm\Delta T + \lambda m$$

Решая это уравнение относительно скорости, получим

$$V = 2\sqrt{c\Delta T + \lambda - gH} \approx 392{,}4\ \text{м/с}$$

7. Электрон движется из состояния покоя в однородном электрическом поле и проходит промежуток с разностью потенциалов 10^4 В. Затем он влетает в магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Определите значение силы, действующей на электрон со стороны магнитного поля, если радиус кривизны траектории равен 0,5 см. Заряд электрона равен $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

Решение:

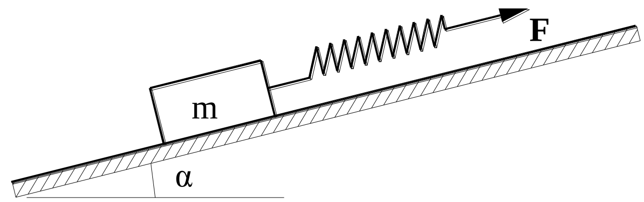
В электрическом поле электрон приобрел скорость

$$V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

По второму закону Ньютона

$$F = \frac{mV^2}{R} = \frac{2eU}{R} = 0{,}64 \text{ пН}$$

8. Тело массой $m = 1$ кг движется вверх по плоскости, наклоненной под углом $\alpha = 30^{\circ}$ к горизонту. К телу прикреплена пружина жесткости $k = 100$ Н/м, к которой приложена сила, параллельная наклонной плоскости (см. рисунок). Найдите ускорение тела, если деформация пружины равна $x = 10$ см, а коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0{,}5$.



Решение:

Уравнение по 2 закону Ньютона имеет вид:

$$kx - mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = ma$$

$$a = \frac{kx}{m} - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 9{,}33 \text{ м/с}^2$$

9. Мальчик стоит на наклонной плоскости и роняет мяч. Мяч упруго ударился о наклонную плоскость, отскочил от нее, затем снова ударился, и т.д.. Время между первым и вторым ударами мяча равно $t = 1$ с. С какой высоты упал мяч? Высоту считать от точки броска до точки удара о наклонную плоскость. Начальная скорость мяча равна нулю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

Пусть α – угол, который наклонная плоскость составляет с горизонтом, v_0 – скорость мяча в момент падения на наклонную плоскость.

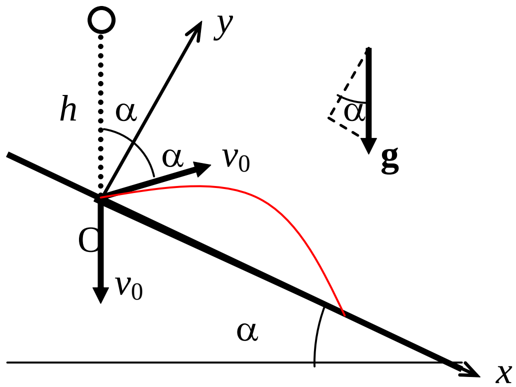
$v_0 = \sqrt{2gh}$ (1).

Выберем ось Оx вдоль наклонной плоскости, а ось Оy перпендикулярно ей (см. рис.). Уравнение движения мячика после удара о плоскость:

$y = v_0 t\cos\alpha - g\cos\alpha \cdot \dfrac{t^2}{2}$ (2).

В момент падения мяча на наклонную плоскость $y = 0$. Тогда

$$v_0 t\cos\alpha - g\cos\alpha\cdot\frac{t^2}{2} = 0. \; (3)$$



Решая это уравнение, получим выражение для времени между первым и вторым ударами мяча, $t = \dfrac{2v_0}{g}$ (4), которое не зависит от угла α.

$$\Rightarrow v_0 = \frac{gt}{2} = 5\,\text{м/с}. \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{gt^2}{8} = 1{,}25 \text{ м. } (5)$$

Ответ. $h = \dfrac{gt^2}{8} = 1{,}25$ м.

10. Электрическое поле образовано двумя неподвижными, вертикально расположенными, параллельными, разноименно заряженными непроводящими пластинами. Пластины расположены на расстоянии $d = 9$ см друг от друга. Напряженность поля между пластинами $E = 10^4$ В/м. Между пластинами на равном расстоянии от них помещен шарик с зарядом $q = 2$ мкКл и массой $m = 1$ г. После того как шарик отпустили, он начинает падать. Какую скорость будет иметь шарик, когда коснется одной из пластин?

Решение:

Шарик имеет вертикальное ускорение свободного падения и горизонтальное ускорение, обусловленное действием электрического поля. В любой момент времени горизонтальная и вертикальная проекции скорости равны

$$v_г = \frac{qE}{m}t$$

$$v_в = gt$$

Время достижения одной из пластин

$$t = \sqrt{\frac{md}{qE}}$$

Скорость в этот момент времени

$$v = \sqrt{\frac{qEd}{m} + \frac{mg^2 d}{qE}} \approx 4{,}3\frac{м}{с}$$

Вариант 2

1. Тело бросили с башни горизонтально. Через t =2 *с* его скорость увеличилась в $k=3$ раза. С какой скоростью V_0 бросили тело?

Решение:

Скорость тела изменяется в зависимости от времени как

$$V = \sqrt{V_0^2 + (gt)^2}$$

Для заданного момента времени

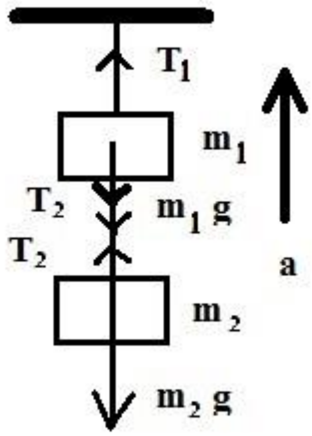
$$k^2 V_0^2 = V_0^2 + (gt)^2$$

и

$$V_0 = \sqrt{\frac{(gt)^2}{k^2 - 1}} \approx 6{,}9 \text{ с}$$

2. К потолку ускоренно движущегося лифта на нити подвешена гиря. К этой гири привязана другая нить, на которой подвешена вторая гиря. Найдите натяжение верхней нити T_1, если натяжение нити между гирями T_2=10 Н, а массы гирь m_1=1 кг, m_2=2 кг.

Решение:



Запишем условия равновесия для первого и второго грузов:

$$T_1 - m_1 g - T_2 = m_1 a$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 a$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$T_1 = T_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1} = 15 \text{ Н}$$

3. После опускания в воду, имеющую температуру 10℃, тела, нагретого до 100℃, установилась температура 40℃. Какой станет температура воды, если, не вынимая первого тела, опустить в неё ещё одно такое же тело, нагретое также до 100℃?

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$C(t_2 - \theta_1) = C_в(\theta_1 - t_1)$$

Здесь C – теплоемкость тела, $C_в$ – теплоемкость воды, t_1 – начальная температура воды, t_2 – начальная температура тела, θ_1 – установившаяся температура.

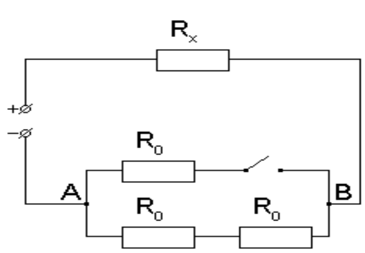
Во втором случае уравнение теплового баланса имеет вид:

$$C(t_2 - \theta_2) = C_в(\theta_2 - \theta_1) + C(\theta_2 - \theta_1)$$

Здесь θ_2 – искомая установившаяся температура.

Решая систему полученных уравнений найдем θ_2:

$$\theta_2 = \frac{\theta_1(2t_2 - t_1) - t_1 t_2}{\theta_1 + t_2 - 2t_1} \approx 55 \text{ ℃}$$



4. На участке АВ в цепи мощность тока одинакова независимо от того, замкнут или разомкнут ключ. Каково сопротивление R_x, если R_0 = 40 Ом, а напряжение, приложенное к цепи можно считать постоянным?

Решение:

Сопротивление на участке АВ при разомкнутом ключе равно $R_1 = 2R_0$. Сопротивление на участке АВ при замкнутом ключе равно

$$R_2 = \frac{2}{3} R_0$$

Ток в цепи в первом случае равен

$$I_1 = \frac{U}{2R_0 + R_x}$$

а во втором случае

$$I_2 = \frac{3U}{2R_0 + 3R_x}$$

Условие равенства мощностей на участке АВ:

$$2R_0 \left(\frac{U}{2R_0 + R_x}\right)^2 = \frac{2}{3} R_0 \left(\frac{3U}{2R_0 + 3R_x}\right)^2$$

Решением этого уравнения является

$$R_x = \frac{2}{\sqrt{3}} R_0 \approx 46{,}2 \text{ Ом}$$

5. Три одинаковых бруска, каждый массой m, связанных между собой невесомыми нерастяжимыми нитями, движутся по горизонтальной поверхности под действием силы, приложенной к первому бруску и направленной вверх под углом α к горизонту. Найдите эту силу, если сила натяжения нити между первым и вторым брусками T, а коэффициент трения брусков о поверхность μ.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения для третьего, второго и первого тел:

$$T' - \mu m g = m a$$

$$T - T' - \mu m g = m a$$

$$F \cos\alpha - T - \mu(mg - F \sin\alpha) = m a$$

Решая эту систему уравнений относительно F, получим

$$F = \frac{3T}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}$$

6. Молот массой 2 т падает с высоты 1 м на металлическую болванку массой 2 кг. В результате удара температура болванки возрастает на 25℃. Считая, что на нагревание болванки идёт 50 % всей выделившейся энергии, найдите удельную теплоёмкость материала болванки.

Решение:

Уравнение теплового баланса будет иметь вид:

$$\eta Mgh = cm\Delta t$$

Удельная теплоемкость материала болванки рассчитывается как

$$c = \frac{\eta Mgh}{m\Delta t} = 200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$$

7. Протон движется из состояния покоя в однородном электрическом поле и проходит промежуток с разностью потенциалов 10^4 В. Затем он влетает в магнитное поле с индукцией 1 Тл перпендикулярно силовым линиям. Определите радиус кривизны траектории протона. Масса протона равна $1{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг, заряд протона равен $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Решение:

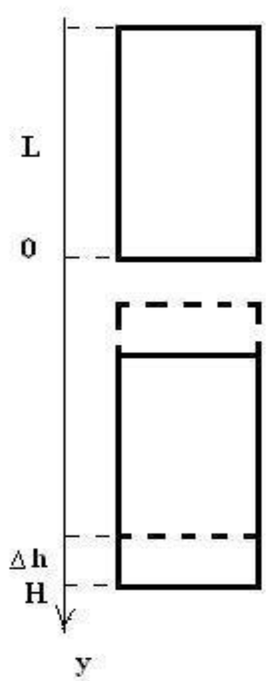
В электрическом поле протон приобрел скорость

$$V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

По 2 закону Ньютона

$$R = \frac{mV}{eB} = \sqrt{\frac{2mU}{eB}} \approx 1{,}4 \text{ см}$$

8. В закрытой с двух сторон вертикально расположенной цилиндрической прозрачной трубке массой $M = 20$ г и длиной $L = 2$ м на дне сидит муха массой $m = 1$ г. В некоторый момент времени она взлетает вверх со скоростью $V_0 = 10$ м/с и одновременно трубка начинает падать. Неподвижный наблюдатель замечает время, за которое муха долетит до "потолка" трубки. За это время трубка пролетает какое-то расстояние. На сколько отличается расстояние, пройденное трубкой за то же время, при условии, что муха остается сидеть на "полу" трубки?



Решение.

Пусть время полета мухи τ. При взлете мухи со скоростью V_0 трубка приобретает скорость, направленную вниз и равную

$$V_{0тр} = \frac{m}{M} V_0. \qquad (1)$$

"Пол" трубки за время полета пройдет расстояние

$$H = V_{0тр}\tau + \frac{g\tau^2}{2}. \qquad (2)$$

Перемещения относительно неподвижного наблюдателя за время τ мухи и "потолка" трубки связаны соотношением

$$V_0\tau + H = L.$$

Из этих выражений следует, что

$$\tau = \frac{\sqrt{V_0^2\left(1+\frac{m}{M}\right)^2 + 2gL} - V_0\left(1+\frac{m}{M}\right)}{g}.$$

Учитывая, что с мухой, сидящей на "полу" трубки, расстояние, пройденное "полом" равно

$$H' = \frac{g\tau^2}{2},$$

получим

$$H - H' = \Delta h = V_0\frac{m}{M}\tau \approx 8{,}8 \text{ см.}$$

9. Имеются две порции воды одинаковой массы, находящиеся при температуре 0 °С. Первую порцию нагревают, затрачивая при этом количество теплоты Q_1. Если заморозить вторую порцию, чтобы она полностью превратилась в лёд, то она выделит в 2,7 раза большее количество теплоты Q_2. Определите, на сколько градусов Δt нагревается первая порция воды при сообщении ей количества теплоты Q_2.

Решение:

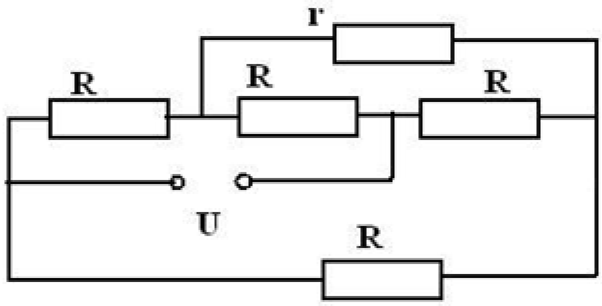
$Q_1 = C\Delta t$, где c –теплоёмкость воды.

$Q_2 = \lambda m$, где λ – удельная теплота плавления льда.

Тогда

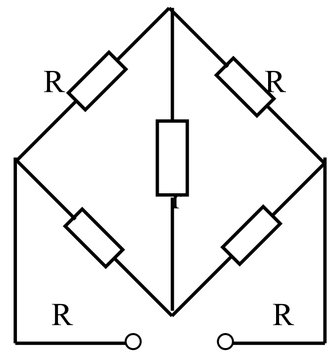
$$\Delta t = \frac{\lambda}{nc} \approx 30\ ℃$$

Ответ: $\Delta t \approx 30$ °С



10. Найдите силу тока, текущего через сопротивление r, если все остальные сопротивления равны R, а напряжение равно U.

Решение:



Это схема симметричного моста, в диагональ которого включен резистор с сопротивлением r (см. рис). Поэтому ток через этот резистор равен нулю.

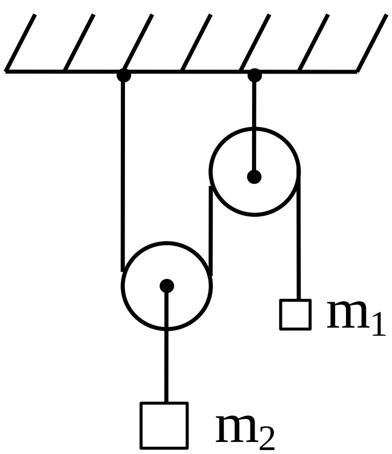
Вариант 3

1. Тело брошено с некоторой начальной скоростью под углом к горизонту. Продолжительность полета t = 2 с. Найдите наибольшую высоту подъема этого тела.

Решение:

Полет до наибольшей высоты подъема продолжается половину всего времени полета, значит

$h = gt^2/8 = 4{,}9$ м.



2. В системе блоков на нерастяжимой нити подвешены грузы массами m_1 = 1,8 кг и m_2 =2,8 кг. Найдите ускорение a_1 груза массой m_1. Массой блоков и нити и трением в осях блоков пренебречь.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения грузов:

$$m_1 a_1 = T_1 - m_1 g$$

$$-m_2 a_2 = T_2 - m_2 g$$

$$T_2 = 2T_1$$

$$a_1 = 2a_2$$

Находим ускорение a_1 груза массой m_1:

$$a_1 = 2g\frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}$$

3. Требуется приготовить ванну объёмом 100 л, смешивая две порции воды температурами 70℃ и 20℃, чтобы получилась температура 60℃. Сколько (в литрах) необходимо взять горячей воды и сколько холодной?

Решение:

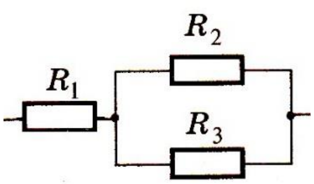
Обозначим параметры, характеризующие горячую воду индексом 1, а холодную – индексом 2. Уравнение теплового баланса может быть в нашем случае записано как:

$$V_1(t_1 - \theta) = (V - V_1)(\theta - t_2)$$

Найдем V_1:

$$V_1 = V\frac{\theta - t_2}{t_1 - t_2} = 80 \text{ л}$$

Ответ: объем горячей воды 80 л, холодной – 20 л.



4. В схеме, показанной на рисунке, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 4$ Ом. На резисторе R_1 выделяется мощность 27 Вт. Определите, какая мощность выделяется на резисторе R_2.

Решение:

Напряжение на первом резисторе равно

$$U_1 = \sqrt{P_1 R_1}$$

Отношение напряжений на первом и втором резисторах равно

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2 R_3}{R_1(R_2 + R_3)}$$

Мощность на втором резисторе равна

$$P_2 = \frac{P_1 R_2 R_3^2}{R_1(R_2 + R_3)^2} = 8 \text{ Вт}$$

5. Небольшой камень, брошенный с ровной горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту, упал обратно на землю через 2 с в 20 м от места броска. Чему равна минимальная скорость камня за время полёта?

Решение:

Минимальная скорость достигается в верхней точке траектории. На всем протяжении полета она равна горизонтальной проекции скорости, а значит, равна отношению горизонтальной дальности ко времени полета, т.е., 10 м/с.

6. Молот массой 2 т падает на металлическую болванку массой 2 кг. В результате удара температура болванки возрастает на 25℃. Считая, что на нагревание болванки идёт 50 % всей выделившейся энергии, найдите скорость молота непосредственно перед ударом о болванку. Удельная теплоемкость материала болванки 200 Дж/(кг·°С).

Решение:

Уравнение теплового баланса в нашем случае имеет вид

$$\eta \frac{MV^2}{2} = cm\Delta t$$

Скорость молота равна

$$V = \sqrt{\frac{2cm\Delta t}{\eta M}} \approx 4{,}47 \text{ м/с}$$

7. Электрон влетает в область пространства с однородным электрическим полем с напряженностью E перпендикулярно силовым линиям. Определите значение индукции магнитного поля B, которое необходимо создать в этой области для того, чтобы электрон пролетел ее не испытывая отклонения. Энергия электрона W.

Решение:

Для пролета без отклонения модули составляющих силы Лоренца должны быть равны между собой, т.е.

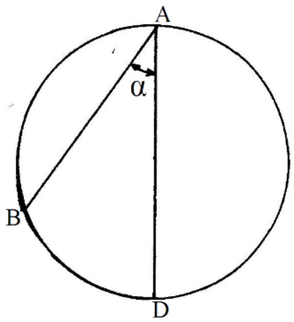
$$eE = eVB$$

Учитывая, что

$$V = \sqrt{\frac{2W}{m}},$$

получим

$$B = E\sqrt{\frac{m}{2W}}$$



8. Из верхней точки окружности А одновременно начинают двигаться две одинаковые бусинки. Одна бусинка падает вдоль диаметра AD, другая скользит по абсолютно гладкой хорде АВ, составляющей угол $\alpha=30^0$ с вертикалью. Найдите отношение времени, за которое одна бусинка достигнет точки D, ко времени, за которое другая бусинка достигнет точки В.

Решение:

Пусть диаметр окружности равен *D.* Тогда время движения по диаметру AD равно

$$t_1 = \sqrt{\frac{2D}{g}}$$

Время движения по хорде АВ равно

$$t_2 = \sqrt{\frac{2D\cos\alpha}{g\cos\alpha}} = t_1$$

9. Сколько (в литрах) нефти необходимо сжечь на тепловой электрической станции, чтобы по телевизору мощностью 250 Вт возможно было бы посмотреть фильм продолжительностью 1,5 ч? КПД электростанции 35%. Плотность нефти приять равной 800 кг/м^3, удельную теплоту сгорания – 41 МДж/кг.

Решение:

Уравнение теплового баланса для нашей задачи имеет вид:

$$P\tau = \eta\rho V r$$

Отсюда

$$V = \frac{P\tau}{\eta\rho r} \approx 1{,}2\cdot 10^{-4}\text{м}^3 = 0{,}12\ \text{л}$$

10. Из конденсатора извлекают диэлектрическую пластину, полностью заполнявшую пространство между его обкладками. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если емкость конденсатора изменилась на величину ΔC, а конечная емкость стала C.

Решение:

Начальная емкость конденсатора равна εC, а с учетом ее изменения, получим:

$$\varepsilon C = C + \Delta C$$

Значение диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon = 1 + \frac{\Delta C}{C}$$

Вариант 4

1. Тело брошено горизонтально. Через время t = 0,5 с после броска угол между скоростью и ускорением стал β = 60°. Определить скорость V тела в этот момент. Сопротивлением воздуха пренебречь.

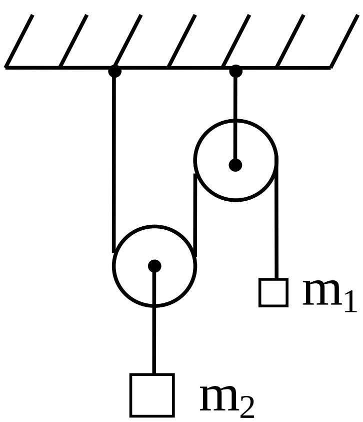
Решение:

Горизонтальная проекция скорости не изменилась, вертикальная стала равна gt, т.е.

$$V\cos\alpha = gt$$

$$V = \frac{gt}{\cos\alpha} = 2{,}5\ \text{м/с}$$

2. В системе блоков на нерастяжимой нити подвешены грузы массами m_1 = 1,8 кг и m_2=2,8 кг. Найдите ускорение a_2 груза массой m_2. Массой блоков и нити и трением в осях блоков пренебречь.



Решение:

Запишем уравнения динамики движения грузов:

$$m_1a_1 = T_1 - m_1g$$

$$-m_2a_2 = T_2 - m_2g$$

$$T_2 = 2T_1$$

$$a_1 = 2a_2$$

Находим ускорение a_2 груза массой m_2:

$$a_2 = g\frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}$$

3. В воду массой 1 кг при 20℃ бросили комок мокрого снега массой 250 г. Весь снег растаял, температура стала равной 5 ℃. Определите количество вещества воды в комке снега. Удельная теплота плавления снега 334 кДж/кг, удельная теплоемкость воды принять 4200 Дж/(кг·К).

Решение:

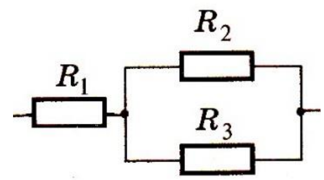
Уравнение теплового баланса:

$$c_в m_1(t_1 - \theta) = m_c\lambda + m_2 c_в(\theta - t_2)$$

Количество вещества воды в комке снега

$$\nu_с = \frac{m\lambda - c_в m_1(t_1 - \theta)}{\mu\big(\lambda - c_в(\theta - t_2)\big)} \approx 3{,}6 \text{ моль}$$

4. В схеме, показанной на рисунке, R_1 = 3 Ом, R_2 = 2 Ом и R_3 = 4 Ом. На резисторе R_1 выделяется мощность 27 Вт. Определите, какая мощность выделяется на резисторе R_3.



Решение:

Напряжение на первом резисторе равно

$$U_1 = \sqrt{P_1 R_1}$$

Отношение напряжений на первом и третьем резисторах равно

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{R_2 R_3}{R_1(R_2 + R_3)}$$

Мощность на третьем резисторе равна

$$P_3 = \frac{P_1 R_3 R_2^2}{R_1(R_2 + R_3)^2} = 4 \text{ Вт}$$

5. Мотоциклист движется по вертикальной цилиндрической стене, радиус которой r = 10 м. Коэффициент трения между стеной и колесами мотоцикла поперек движения колеса равен μ = 0,25. Найдите наименьшую допустимую скорость движения мотоциклиста, при которой он не соскользнет вниз по стене.

Решение:

При движении мотоциклиста по вертикальной стене он удерживается от соскальзывания силой трения, направленной вверх. Минимальное значение этой силы пропорционально силе нормального давления со стороны стены на мотоциклиста, которая в свою очередь создает нормальное ускорение в плоскости, перпендикулярной оси цилиндрической стены. По второму закону Ньютона

$$\mu N = mg$$

$$N = \frac{mV^2}{r}$$

Откуда

$$V=\sqrt{\frac{gr}{\mu}}=20\ \text{м/с}$$

6. Какую среднюю мощность развивает двигатель мотоцикла, если при скорости движения 90 км/ч расход бензина составляет 4 л на 100 км пути, а КПД двигателя 25 %? Удельную теплоту сгорания бензина принять 44 МДж/кг, плотность бензина – 750 кг/м^3.

Решение:

Мощность двигателя определяется как

$$N=\frac{\rho\vartheta qV}{\eta s}=\frac{750\cdot 0{,}004\cdot 44\cdot 10^6\cdot 25}{0{,}25\cdot 10^5}=33\ \text{кВт}$$

7. Электрон влетает в область пространства, в котором созданы однородные электрическое и магнитное поля. Скорость электрона направлена перпендикулярно силовым линиям электрического поля. Значение индукции магнитного поля B. Определите значение напряженности E электрического поля, которое создано в этой области, если электрон пролетает область, не испытывая отклонения. Энергия электрона W.

Решение:

Для пролета без отклонения модули составляющих силы Лоренца должны быть равны между собой, т.е.

$$eE=eVB$$

Учитывая, что

$$V=\sqrt{\frac{2W}{m}},$$

получим

$$E=B\sqrt{\frac{2W}{m}}$$

8. Тело бросили под углом φ к горизонту со скоростью V_0. За какое время вектор скорости повернется на угол φ/2?

Решение:

Вертикальная проекция скорости рассчитывается как

$$V_0 \sin\frac{\varphi}{2} = V_0 \sin\varphi - gt$$

Время движения

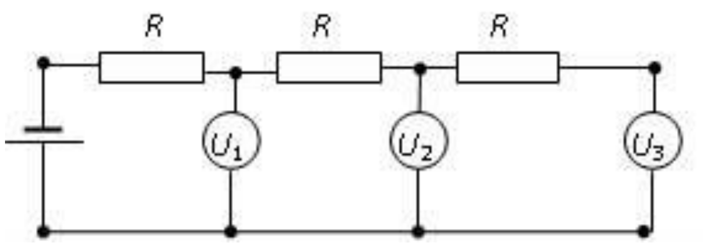
$$t = \frac{V_0}{g}\sin\frac{\varphi}{2}\left(2\cos\frac{\varphi}{2} - 1\right)$$

9. На обнаруженной в Космосе планете ускорение свободного падения в 5 раз больше, чем на Земле. Космонавты, высадившиеся на этой планете, построили для нужд научной станции гидроэлектростанцию, для чего возвели плотину высотой 100 м. Оцените, какую мощность может развивать такая плотина, если оказалось, что в водохранилище до плотины и у подножия плотины температура воды отличается на 1 °C, а ежесекундно через плотину проходит 2 тонны воды.

Решение:

Потенциальная энергия воды переходит в полезную работу и частично теряется в виде теплоты. Выразим полезную мощность:

$$\frac{m}{t}gh - c\frac{m}{t}\Delta t = 1{,}6\ \text{МВт}$$



10. Цепь собрана из одинаковых резисторов и вольтметров. Первый вольтметр показывает $U_1 = 4$ В, а третий $U_3 = 2$ В. Каково показание второго вольтметра? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение:

Показания вольтметров неодинаковые, а значит, вольтметры неидеальные. Пронумеруем резисторы слева направо, покажем токи через резисторы штрихованными обозначениями. Запишем соотношения между токами и напряжениями в цепи:

$$U_3 = I_3 R_v$$

$$U_2 = U_3 + I_3 R$$

$$U_1 = U_2 + I_2 R$$

$$I_2 = I_3 + \frac{U_2}{R_v}$$

$$I_1 = I_2 + \frac{U_1}{R_v}$$

Тогда

$$U_2 = \frac{-U_3 + \sqrt{U_3^2 + 4U_1(U_1 - U_3)}}{2} = 3 \text{ В}$$

Вариант 5

1. Камень брошен с вышки с начальной скоростью, направленной горизонтально. Когда камень опустился по вертикали на h = 20 м, его скорость оказалась направленной под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Определите начальную скорость камня. Сопротивлением воздуха пренебречь.

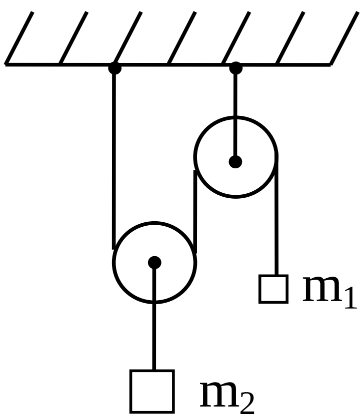
Решение:

Горизонтальная проекция скорости не изменилась, вертикальная стала равна

$$V_y = \sqrt{2gh}$$

Горизонтальная проекция равна

$$V = V_y ctg\alpha = \sqrt{2gh} ctg\alpha = 11{,}5 \text{ м/с}$$



2. В системе блоков на нерастяжимой нити подвешены грузы массами m_1 = 1,8 кг и m_2=2,8 кг. силу натяжения T нити. Массой блоков и нити и трением в осях блоков пренебречь.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения грузов:

$$m_1 a_1 = T_1 - m_1 g$$

$$-m_2 a_2 = T_2 - m_2 g$$

$$T_2 = 2T_1$$

$$a_1 = 2a_2$$

Находим силу натяжения нити:

$$T = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}$$

3. Стальной шар, падая свободно, достиг скорости 41 м/с и, ударившись о землю, подскочил на высоту 1,6 м. Определите изменение температуры шара при ударе. Считайте, что при соприкосновении с поверхностью земли внутренняя энергия изменяется только у шара.

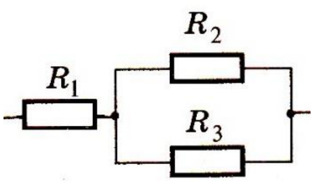
Решение:

Запишем соотношение между энергиями в начальном, промежуточном и конечном положении шара:

$$\frac{mV^2}{2} = mgh + cm\Delta t$$

Откуда

$$\Delta t = \frac{V^2 - gh}{2c} \approx 1{,}7\ ℃$$



4. В схеме, показанной на рисунке, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 4$ Ом. На резисторе R_2 выделяется мощность 27 Вт. Определите, какая мощность выделяется на резисторе R_3.

Решение:

На резисторах R_2 и R_3 одинаковое напряжение, а значит, выделяющиеся мощности на них обратно пропорциональны сопротивлениям, т.е., мощность, выделяющаяся на резисторе R_3 равна 13,5 Вт

5. Мальчик гулял с собакой. Он бросил мячик под углом к горизонту. Собака побежала за мячом со скоростью в два раза меньшей, чем начальная скорость мяча. При каком угле бросания собака поймает мячик в момент его падения на землю?

Решение:

Для того чтобы собака и мячик оказались в одной точке, собака должна бежать со скоростью v, равной горизонтальной составляющей скорости мяча u. Отсюда следует, что $V = u \cos \alpha \Rightarrow u/2 = u \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0{,}5$

Ответ: $\alpha = \pi/3$.

6. На зимней дороге при температуре снега минус 10 ºС автомобиль в течение 1 мин буксует, развивая мощность 12 кВт. Какой объем воды образуется при буксировании автомобиля, если считать, что вся энергия, выделившаяся при буксировании, идет на нагревание и плавление снега? Удельная теплоемкость льда с = 2100 Дж/(кг·ºС), удельная теплота плавления льда $\lambda = 33 \cdot 10^4$ Дж/кг.

Решение:

Согласно закону сохранения энергии имеем:

$A = Q_1 + Q_2$, где $A = N \cdot t$

$Q_1 = cm\,(t_{пл} - t_1)$

$Q_2 = \lambda m$

$N \cdot t = cm\,(t_{пл} - t_1) + \lambda m$

$m = N \cdot t \,/\, (c \cdot (t_{пл} - t_1) + \lambda)$

$m = 12000 \cdot 60 \,/\, (2100 \cdot (0 + 10) + 330000)$; $m \approx 2{,}05$ кг, искомый объем 2,05 л.

7. За время 40 с в цепи, состоящей из трех одинаковых проводников, соединенных параллельно и включенных в сеть, выделилось некоторое количество теплоты. За какое время выделится такое же количество теплоты, если проводники соединить последовательно?

Решение:

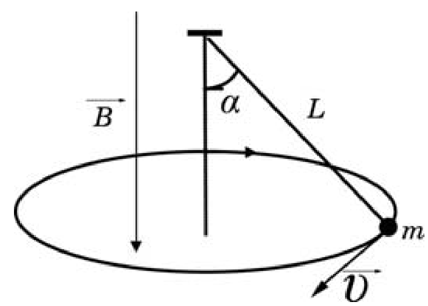
Приравняем количества теплоты, выделившиеся в первой и второй цепи, используя закон Джоуля-Ленца:

$$\frac{3U^2}{R}\Delta t_1 = \frac{U^2}{3R}\Delta t_2$$

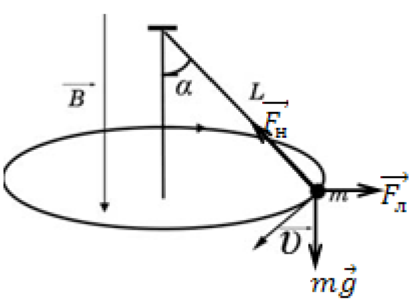
Отсюда следует, что

$$\Delta t_2 = 9\Delta t_1 = 360 \text{ с}$$

8. Положительно заряженный шарик массой m = 1 г подвешен на нити длиной L= 1 м и равномерно движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ (см. рисунок). Заряд шарика q = 1 мКл. Нить образует с вертикалью угол α = 60°. Найдите угловую скорость равномерного обращения шарика по окружности.



Решение



После расстановки сил (силы натяжения $\vec{F}_н$, силы тяжести $-m\vec{g}$, силы Лоренца $\vec{F}_л$) см. рисунок, модуль $F_л = q\,v\,B$

Напишем уравнение вращательного движения тела массы m :

$m\,a_{цс} = F_н \sin\alpha \,-\, q\,v\,B$

Очевидно, что $F_н \cos\alpha \,=\, mg$ и $a_{цс} = \omega^2 r$

тогда уравнение вращательного движения тела примет вид:

$m\,\omega^2\, r = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha \,-\, q\,\omega\, r\, B$. Учитывая, что $r = L\sin\alpha$ окончательно получим $m\,\omega^2\, L\cos\alpha \,+\, q\,\omega\, L\cos\alpha\, B \,+\, mg \,= 0$.

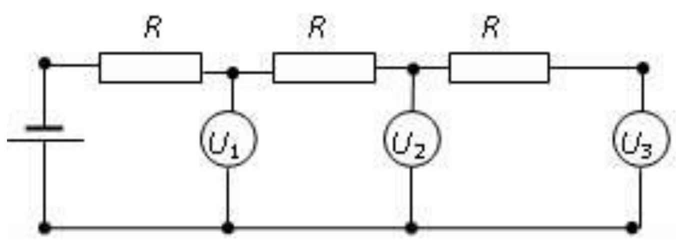
Ответ: $\omega = \dfrac{-qBL\cos\alpha + \sqrt{q^2\ B^2\ L^2\ cos^2\alpha\ \ + m^2 g\ L\ \cos\alpha}}{2\, m\, L\ \cos\alpha} =$

$= \dfrac{q\ B}{2\ m}\left(-1 + \sqrt{1 + \dfrac{m^2 g}{q^2\ B^2\ \ L\ cos\alpha}}\right) =$ 0,5 рад/с

9. Выпуклый мост параболической формы связывает два берега реки шириной $d = 500$ м. Каков радиус кривизны моста в его верхней точке, если максимально допустимая скорость движения автомобиля в верхней точке моста составляет 60 км/час? Какое наименьшее время потребуется автомобилю, чтобы переехать реку? Верхняя точка моста находится на расстоянии $d/2$ от берега (по горизонтали). Въезд на мост осуществляется на уровне воды в реке.

Решение:

Если автомобиль движется по параболическому мосту с максимально возможной скоростью, то он не оказывает давления на мост (не будем рассматривать проблемы, связанные с управляемостью автомобиля). Его движение эквивалентно движению тела, брошенного под углом к горизонту. Значит, горизонтальная проекция его скорости всегда равна 60 км/час. Радиус кривизны моста в верхней точке рассчитывается как $R = \dfrac{V^2}{g} \approx 27{,}8$ м. Время движения по мосту составляет 30 с.



10. Цепь собрана из одинаковых резисторов и вольтметров. Первый вольтметр показывает $U_1 = 4$ В, а второй $U_2 = 2$ В. Каково показание третьего вольтметра? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение:

Показания вольтметров неодинаковые, а значит, вольтметры неидеальные. Пронумеруем резисторы слева направо, покажем токи через резисторы штрихованными обозначениями. Запишем соотношения между токами и напряжениями в цепи:

$$U_3 = I_3 R_v$$

$$U_2 = U_3 + I_3 R$$

$$U_1 = U_2 + I_2 R$$

$$I_2 = I_3 + \frac{U_2}{R_v}$$

$$I_1 = I_2 + \frac{U_1}{R_v}$$

Тогда

$$U_3 = \frac{U_2 - U_1 + \sqrt{(U_2 - U_1)^2 + 4U_2^2}}{2} \approx 1{,}24 \text{ В}$$

Вариант 6

1. Стрела пущена с ровной горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту. Какова дальность полета стрелы, если через t = 0,5 с после пуска ее скорость была направлена горизонтально и равна V = 20 м/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

На всем протяжении полета горизонтальная проекция скорости постоянна. Точка, в которой скорость направлена горизонтально, является высшей точкой траектории и находится на половине дальности полета. Время полета вдвое больше времени достижения этой точки. Дальность полета равна 20 м.

2. Небольшое тело массой m скользит по вогнутой сферической поверхности радиуса R. Найдите силу трения, которая действует на это тело в нижней точке поверхности, если его скорость в ней равна v, а коэффициент трения между телом и поверхностью равен μ.

Решение:

Сила трения в соответствии с уравнением Кулона-Амонтона равна

$$F_{tr} = \mu N,$$

где N – сила нормальной реакции опоры. По второму закону Ньютона

$$m\frac{V^2}{R} = N - mg$$

Тогда

$$F_{tr} = \mu m\left(g + \frac{V^2}{R}\right)$$

3. Температура сосуда с водой t_0 = 30 °C. В сосуд наливают кружку воды при температуре t = 100 °C. При этом температура воды в сосуде повысилась до t_1 = 40 °C. Какой станет температура воды t_2, если в сосуд налить еще одну кружку воды при температуре 100 °C? Теплоемкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$C(\theta_1 - t_0) = C_в(t - \theta_1)$$

Здесь C – теплоемкость воды, $C_в$ – теплоемкость воды в кружке, θ_1 – установившаяся температура.

Во втором случае уравнение теплового баланса имеет вид:

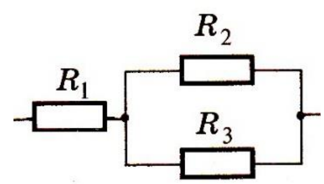
$$C_в(t - \theta_2) = C(\theta_2 - \theta_1) + C_в(\theta_2 - \theta_1)$$

Здесь θ_2 – искомая установившаяся температура.

Решая систему полученных уравнений найдем θ_2:

$$\theta_2 = \frac{\theta_1(2t - t_0) - t_0 t}{\theta_1 + t - 2t_1} \approx 47{,}5\ ℃$$

4. В схеме, показанной на рисунке, R_1 = 3 Ом, R_2 = 2 Ом и R_3 = 4 Ом. На резисторе R_2 выделяется мощность 27 Вт. Определите, какая мощность выделяется на резисторе R_1.



Решение:

Напряжение на втором резисторе равно

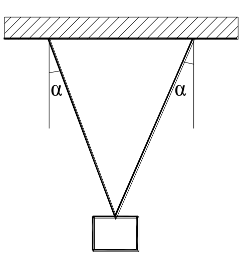
$$U_2 = \sqrt{P_2 R_2}$$

Отношение напряжений на первом и втором резисторах равно

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2 R_3}{R_1(R_2 + R_3)}$$

Мощность на первом резисторе равна

$$P_1 = \frac{P_2 R_1 (R_2 + R_3)^2}{R_2 R_3^2} \approx 91{,}1\ \text{Вт}$$



5. Лифт движется с ускорением, направленным вверх. К его потолку прикреплены две нити, на которых подвешен груз массой m = 10 кг так, что нити составляют с вертикалью углы $\alpha = 30^o$ (см. рисунок). При каком значении ускорения нити оборвутся, если они выдерживают натяжение T_0 = 60 Н?

Решение:

Для равнодействующей сил натяжения имеем:

$$ma = R - mg$$

$$R = 2T\cos\alpha$$

Тогда

$$a = \frac{2T\cos\alpha - mg}{m} \approx 0{,}39\ \text{м/с}^2$$

6. Если полностью открыть только горячий кран, то ведро объёмом 10 л наполняется за 100 с, а если полностью открыть только холодный кран, то банка объёмом 3 л наполняется за 24 с. Температура горячей воды 70 °С, холодной – 20 °С. Определите, за какое время наполнится водой кастрюля ёмкостью 4,5 л, если оба крана открыты полностью и тепловое равновесие устанавливается, пока вода находится в смесителе. Найти температуру воды, которая получилась в смесителе.

Решение:

Расход горячей воды – 0,1 кг/с, расход холодной – 0,125 кг/с. За одну секунду оба крана расходуют 0,225 кг воды, объем 4,5 л заполнится за 20 с. Уравнение теплового баланса имеет вид

$$m_{\text{г}}(t_{\text{г}} - \theta) = m_{\text{х}}(\theta - t_{\text{х}})$$

Установится температура

$$\theta = \frac{m_{\text{г}}t_{\text{г}} + m_{\text{х}}t_{\text{х}}}{m_{\text{г}} + m_{\text{х}}} \approx 42{,}2\ ^\circ\text{C}$$

7. За время 40 с в цепи, состоящей из трех одинаковых проводников, соединенных последовательно и включенных в сеть, выделилось некоторое количество теплоты. За какое время выделится такое же количество теплоты, если проводники соединить параллельно?

Решение:

Приравняем количества теплоты, выделившиеся в первой и второй цепи, используя закон Джоуля-Ленца:

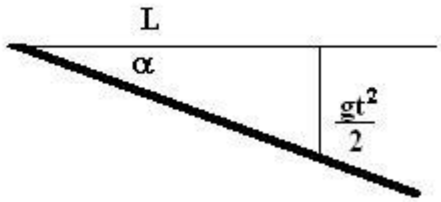
$$\frac{3U^2}{R}\Delta t_2 = \frac{U^2}{3R}\Delta t_1$$

Отсюда следует, что

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{9} \approx 4{,}4\ \text{с}$$

8. На невесомый жесткий стержень, шарнирно закрепленный одним концом, надели массивную бусинку, которая может скользить по нему без трения. Вначале стержень покоился в горизонтальном положении, а бусинка находилась на расстоянии L от закрепленного конца. Найдите зависимость угла, который составляет стержень с горизонталью, от времени. Стержень достаточно длинный, случай соскакивания бусинки со стержня не рассматривать.

Решение:

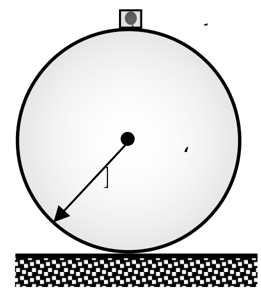


Так как стержень невесомый, а трение отсутствует, то бусинка свободно падает вдоль вертикальной прямой, отстоящей от оси вращения стержня на расстояние L. Из рисунка видно, что

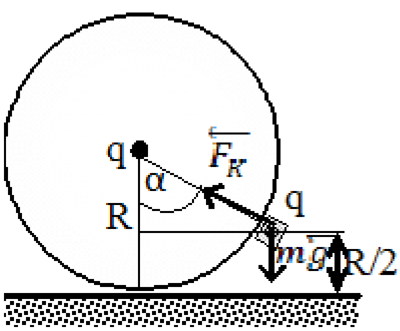
$$\alpha = arctg\frac{gt^2}{2L}$$

После того, как бусинка соскользнет со стержня, он продолжит вращение с постоянной угловой скоростью.

9. Небольшое тело массой m = 1,4 г соскальзывает из состояния покоя с вершины гладкой сферы радиуса $R = 60$ см. На теле и в центре сферы размещают одинаковые по модулю разноименные заряды, чтобы тело не отрывалось от поверхности сферы, пока тело не окажется на высоте равной R/2 от поверхности, на которой покоится сфера. Каково значение этих зарядов?



Решение:



Т.к. при движении тело движется по окружности, то вплоть до отрыва, в соответствии со вторым законом Ньютона

$$ma_{цс} = F_K \pm mg\cos\alpha - N \quad (1),$$

где F_K - сила Кулона, $F_K = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$, (2),

α – угол между вертикальным диаметром и радиусом, проведенным к текущему положению тела; в формуле: (+) – когда тело движется по верхней части сферы и (–) - когда тело движется по нижней части сферы; N – сила реакции опоры.

В точке отрыва реакция опоры равна нулю (см. рис.) и уравнение (1) примет вид:

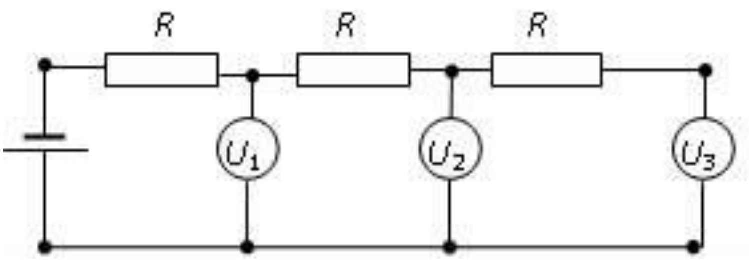
$$m\frac{V^2}{R} = F_K - mg\cos\alpha \qquad (3),$$

Из закона сохранения энергии:

$$\frac{3}{2}mgR + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{mV^2}{2} \qquad (4).$$

За нулевой уровень потенциальной энергии принят уровень находящейся на высоте $R/2$ от поверхности, на которой покоится сфера.

Из (4) находим, что $V^2 = 3gR$. По рисунку легко посчитать, что $\cos\alpha = 0{,}5$ Подставив эти значения, а так же (2) в (3) получим: $q = R\sqrt{14\pi\varepsilon_0 mg} = 0{,}6 \cdot \sqrt{14 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ Кл = 1,4 мкКл.



10. Цепь собрана из одинаковых резисторов и вольтметров. Второй вольтметр показывает $U_2 = 4$ В, а третий $U_3 = 2$ В. Каково показание первого вольтметра? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Показания вольтметров неодинаковые, а значит, вольтметры неидеальные. Пронумеруем резисторы слева направо, покажем токи через резисторы штрихованными обозначениями. Запишем соотношения между токами и напряжениями в цепи:

$$U_3 = I_3 R_v$$

$$U_2 = U_3 + I_3 R$$

$$U_1 = U_2 + I_2 R$$

$$I_2 = I_3 + \frac{U_2}{R_v}$$

$$I_1 = I_2 + \frac{U_1}{R_v}$$

Тогда

$$U_1 = \frac{U_2 U_3 - U_3^2 + U_2^2}{U_3} = 10 \text{ В}$$

10 класс

Вариант 1

1. Тело соскальзывает без начальной скорости с наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$. На первых $k = 1/3$ пути коэффициент трения $\mu_1 = 0{,}5$. Определите коэффициент трения μ_2 на оставшемся отрезке пути, если у основания наклонной плоскости скорость тела равна нулю.

Решение:

В конце первой части пути скорость тела равна

$V = \sqrt{2kSg(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha)}$,

где S – длина наклонной плоскости; g – ускорение свободного падения.

Эта же скорость будет в начале второго участка пути и может быть выражена следующим образом:

$V = \sqrt{2(k-1)Sg(\mu_2\cos\alpha - \sin\alpha)}$.

Приравнивая подкоренные выражения, получим

$\mu_2 = (\mathrm{tg}\alpha - k\mu_1)/(1 - k) = 0{,}62$.

2. Три одинаковых бруска, каждый массой m, связанных между собой невесомыми нерастяжимыми нитями, движутся по горизонтальной поверхности под действием силы, приложенной к первому бруску и направленной вверх под углом α к горизонту. Найдите эту силу, если сила натяжения нити между последними брусками T, а коэффициент трения брусков о поверхность μ.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения для третьего, второго и первого тел соответственно:

$$T - \mu mg = ma$$

$$T' - T - \mu mg = ma$$

$$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - T' - \mu(mg - F\sin\alpha) = ma$$

Решая эту систему уравнений относительно F, получим

$$F = \frac{3T}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

3. С какой скоростью должна вылететь из ружья свинцовая дробинка при выстреле вертикально вниз с высоты 300 м, чтобы при неупругом ударе дробинка полностью расплавилась? Считать, что количество теплоты, выделившаяся при ударе, поровну распределяется между дробинкой и поверхностью, о которую произошел удар. Начальная температура дробинки 177 ℃, температура плавления свинца 327℃, его удельная теплоёмкость 130 Дж/(кг*К), удельная теплота плавления 22 кДж/кг.

Решение:

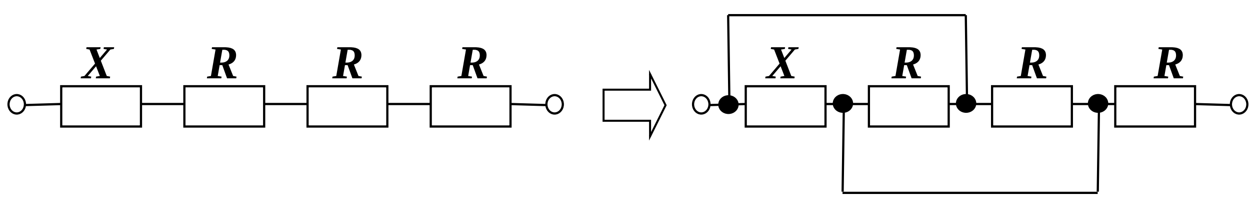
Составим уравнение по закону сохранения энергии

$$\frac{1}{2}\left(m\frac{V^2}{2} + mgH\right) = cm\Delta T + \lambda m$$

Решая это уравнение относительно скорости, получим

$$V = 2\sqrt{c\Delta T + \lambda - gH} \approx 392{,}4 \text{ м/с}$$

4. Цепочку из четырех последовательных сопротивлений, содержащую три известных одинаковых сопротивления R и неизвестное сопротивление X с помощью двух проводов превращают в другую цепочку (см. рисунок). Каким должно быть неизвестное сопротивление X, чтобы полное сопротивление цепочки уменьшилось в три раза? Сопротивления проводов равны нулю.



Решение:

Начальное сопротивление цепочки $R_1 = 3R + X$. (1)

Конечное сопротивление $R_2 = \left(\frac{2}{R} + \frac{1}{X}\right)^{-1} + R = \frac{XR}{2X + R} + R$. (2)

Из уравнения $R_2 = \frac{R_1}{3} \Rightarrow \frac{XR}{2X + R} + R = R + \frac{X}{3}$. (3)

Полученное уравнение имеет два корня $X = 0$ и $X = R$.

5. Искусственный спутник Земли находится на круговой орбите высотой $h = 200$ км. Включается двигатель, и скорость спутника возрастает на $\Delta V = 5$ км/с. В результате он улетает в межпланетное пространство. Найдите скорость спутника вдали от Земли. Радиус Земли равен 6370 км, ускорение свободного падения у поверхности Земли 9,8 м/с^2.

Решение:

$g = \dfrac{GM_ç}{R_ç^2}$, где $M_з$ – масса Земли.

Для круговой орбиты по второму закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{R_ç + h} = G\frac{mM_ç}{\left(R_ç + h\right)^2}, \text{ откуда } v = \sqrt{\frac{gR_ç^2}{R_ç + h}} \approx 7{,}8 \text{ км/с.}$$

По закону сохранения механической энергии, считая, что вдали от Земли модуль потенциальной энергии мал по сравнению с кинетической

$$\frac{mv_\infty^2}{2} = \frac{m\left(v + \Delta v\right)^2}{2} - G\frac{mM_ç}{R_ç + h} = \frac{m\left(v + \Delta v\right)^2}{2} - m\frac{gR_ç^2}{R_ç + h} = \frac{m\left(v + \Delta v\right)^2}{2} - mv^2,$$

откуда

$$v_\infty = \sqrt{2v\Delta v + \left(\Delta v\right)^2 - v^2} \approx 6{,}5 \text{ км/с.}$$

6. В электрическом чайнике мощностью 1 кВт кипит вода. С какой скоростью из его носика вырывается струя пара, если площадь отверстия носика S = 5 см^2, удельная теплота испарения воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг, нормальное атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)?

Решение:

Количество теплоты, необходимое для испарения воды массой m, равно $Q = rm$. Мощность может быть определена как

$$N = \frac{dQ}{dt} = r\frac{dm}{dt}.$$

Из уравнения Клапейрона – Менделеева найдем

$$m = \frac{\mu pV}{RT},$$

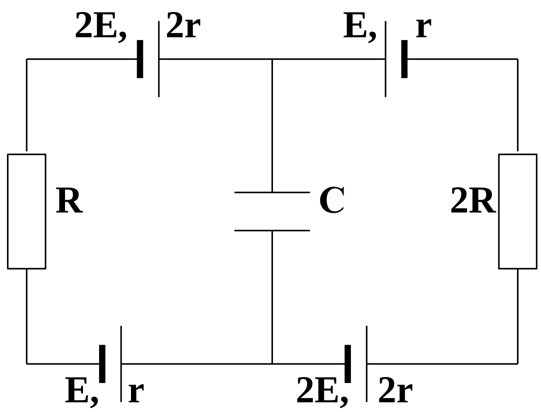
скорость испарения будет

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\mu p}{RT} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{\mu p S}{RT} v,$$

где v - искомая скорость струи пара.

Из полученных выражений имеем

$$v = \frac{NRT}{rp\mu S} \approx 1{,}5 \text{ м/с}.$$



7. В схеме, приведенной на рисунке, найдите энергию конденсатора. Параметры элементов схемы указаны на рисунке.

Решение:

Выберем направление тока против часовой стрелки (по схеме). Сила тока равна

$$I = \frac{2E}{3R + 6r}$$

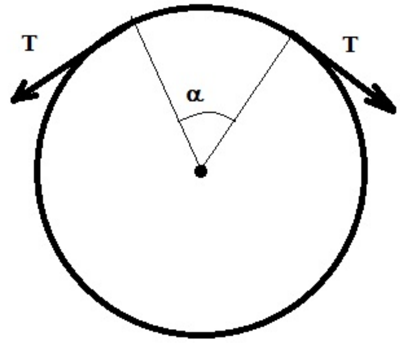
Напряжение между обкладками конденсатора равно

$$U = E\,\frac{12r + 5R}{6r + 3R}$$

Энергия конденсатора

$$W = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{12r + 5R}{6r + 3R}\right)^2$$

8. Коэффициент жёсткости резинового жгута, длина которого L и масса m, равен k. Кольцо, изготовленное из этого жгута, вращается с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кольца. Определите радиус вращающегося кольца.



Решение:

В процессе вращения кольцо растягивается и увеличивает свою длину на ΔL.

Рассмотрим малый участок кольца, ограниченный радиусами $R = (L + \Delta L)/(2\pi)$, малый угол между которыми равен α. Масса этого участка равна

$$\Delta m = m\frac{\alpha}{2\pi}$$

При вращении кольца с угловой скоростью ω этот участок, так же, как и другие участки кольца, имеет центростремительное ускорение, равное

$$a_n = \omega^2 R = \omega^2 \frac{L + \Delta L}{2\pi}$$

Это ускорение создается силами натяжения $T = k\Delta L$, действующими на участок кольца со стороны остальной части кольца. Их равнодействующая с учетом малости угла α равна $T\alpha$.

По второму закону Ньютона

$$m\frac{\alpha}{2\pi}\omega^2\frac{L + \Delta L}{2\pi} = k\Delta L\alpha$$

Изменение длины кольца равно

$$\Delta L = \frac{m\omega^2 L}{4\pi^2 k - m\omega^2}$$

Радиус вращающегося кольца равен

$$R = \frac{L}{2\pi}\left(1 + \frac{m\omega^2}{4\pi^2 k - m\omega^2}\right)$$

9. Два одинаковых шарика, сделанных из вещества с удельной теплоёмкостью 450 Дж/(кг·К), движутся навстречу друг другу со скоростями 40 м/с и 20 м/с. Определите, на сколько градусов они нагреются в результате неупругого столкновения.

Решение:

Определим скорость u системы шариков после взаимодействия с помощью закона сохранения импульса:

$$2mu = mV_1 - mV_2$$

Потеря кинетической энергии системы шариков в процессе взаимодействия составляет

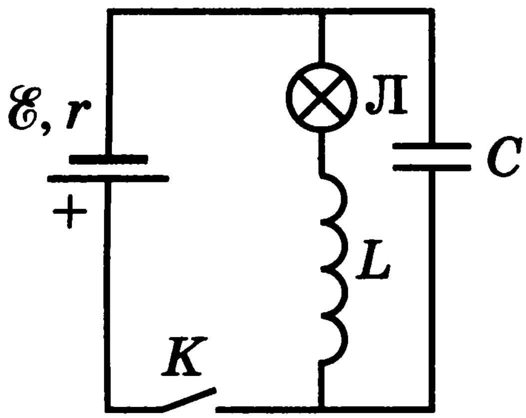
$$\Delta K = \frac{2mu^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_2^2}{2} = m\left(\frac{V_1^2 + V_2^2}{2} - 2V_1V_2\right)$$

В процессе соударения шарики получили количество теплоты Q, равное изменению их кинетической энергии, поскольку теплопередачей в окружающую среду за время соударения можно пренебречь. Тогда

$$cm\Delta t = m\left(2V_1V_2 - \frac{V_1^2 + V_2^2}{2}\right)$$

Изменение температуры

$$\Delta t = \frac{\left(2V_1V_2 - \frac{V_1^2 + V_2^2}{2}\right)}{c} \approx 1{,}3\ ^\circ\mathrm{C}$$



10. В электрической цепи, показанной на рисунке, ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока равны соответственно 12 В и 1 Ом, индуктивность катушки 36 мГн и сопротивление лампы 5 Ом. В начальный момент времени ключ К замкнут. После размыкания ключа в лампе выделяется энергия W = 0,172 Дж. Чему равна ёмкость конденсатора C? Сопротивлением катушки и проводов пренебречь.

Решение:

При размыкании ключа в лампе выделяется энергия, накопленная в конденсаторе и в катушке. Ток в катушке равен

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Напряжение на конденсаторе

$$U = \frac{\mathcal{E}R}{R + r}$$

Энергия, выделившаяся в лампе

$$W = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2}$$

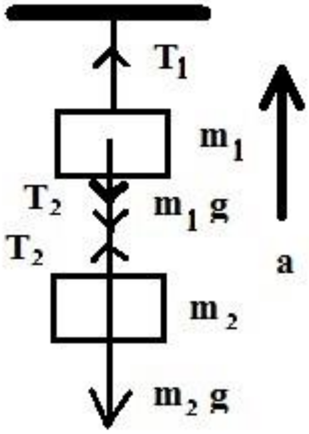
Емкость конденсатора

$$C = \frac{2W(R + r)^2 + L\mathcal{E}^2}{\mathcal{E}^2R^2} \approx 4{,}9\ \text{мФ}$$

Вариант 2

1. К потолку ускоренно движущегося лифта на нити подвешена гиря. К этой гири привязана другая нить, на которой подвешена вторая гиря. Найдите натяжение верхней нити T_1, если натяжение нити между гирями T_2 = 10 Н, а массы гирь m_1 = 1 кг, m_2 = 2 кг.

Решение:



Запишем условия равновесия для первого и второго грузов:

$$T_1 - m_1 g - T_2 = m_1 a$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 a$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$T_1 = T_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1} = 15 \text{ Н}$$

2. Три одинаковых бруска, каждый массой m, связанных между собой невесомыми нерастяжимыми нитями, движутся по горизонтальной поверхности под действием силы, приложенной к первому бруску и направленной вверх под углом α к горизонту. Найдите эту силу, если сила натяжения нити между первым и вторым брусками T, а коэффициент трения брусков о поверхность μ.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения для третьего, второго и первого тел:

$$T' - \mu m g = m a$$

$$T - T' - \mu m g = m a$$

$$F \cos\alpha - T - \mu(m g - F \sin\alpha) = m a$$

Решая эту систему уравнений относительно F, получим

$$F = \frac{3T}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}$$

3. Два одинаковых шарика, сделанных из вещества с удельной теплоёмкостью 450 Дж/(кг·К), движутся навстречу друг другу со скоростями 40 м/с и 20 м/с. Определите, на сколько градусов они нагреются в результате неупругого столкновения.

Решение:

Определим скорость u системы шариков после взаимодействия с помощью закона сохранения импульса:

$$2mu = mV_1 - mV_2$$

Потеря кинетической энергии системы шариков в процессе взаимодействия составляет

$$\Delta K = \frac{2mu^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_2^2}{2} = m\left(\frac{V_1^2 + V_2^2}{2} - 2V_1V_2\right)$$

В процессе соударения шарики получили количество теплоты Q, равное изменению их кинетической энергии, поскольку теплопередачей в окружающую среду за время соударения можно пренебречь. Тогда

$$cm\Delta t = m\left(2V_1V_2 - \frac{V_1^2 + V_2^2}{2}\right)$$

Изменение температуры

$$\Delta t = \frac{\left(2V_1V_2 - \frac{V_1^2 + V_2^2}{2}\right)}{c} \approx 1{,}3\ ℃$$

4. Протон движется из состояния покоя в однородном электрическом поле и проходит промежуток с разностью потенциалов 10^4 В. Затем он влетает в магнитное поле с индукцией 1 Тл перпендикулярно силовым линиям. Определите радиус кривизны траектории протона. Масса протона равна $1{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг, заряд протона равен $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Решение:

В электрическом поле протон приобрел скорость

$$V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

По 2 закону Ньютона

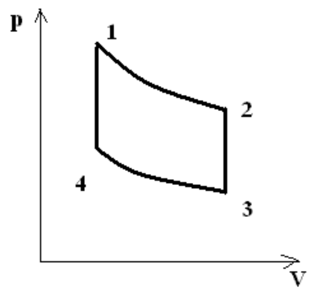
$$R = \frac{mV}{eB} = \sqrt{\frac{2mU}{eB}} \approx 1{,}4\ \text{см}$$

5. Заряженная частица вылетает из источника частиц с некоторой скоростью v. Пролетев с этой скоростью по прямолинейной траектории расстояние L, частица попадает в однородное тормозящее поле и летит до остановки с ускорением a вдоль той же прямой. При каком значении скорости v время движения частицы до остановки будет наименьшим?

Решение:

Общее время движения частицы составляет $\frac{L}{v} + \frac{v}{a}$. Из приведенного выражения видно, что оно является функцией только одной переменной v. Вычислив производную этого выражения по v и приравняв ее нулю, получим, что наименьшее время движения будет достигаться при скорости $v = \sqrt{aL}.$

6. Определите коэффициент полезного действия теплового двигателя, работающего по термодинамическому циклу, состоящему из двух адиабат и двух изохор (цикл Отто). Рассмотрите в качестве рабочего тела идеальный газ.



Решение:

Очевидно, что энергию в форме теплоты система получает на участке 4 – 1, а отдает на участке 2 – 3. По определению коэффициента полезного действия

$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_н} = 1 - \frac{c_v \nu (T_2 - T_3)}{c_v \nu (T_1 - T_4)},$$

где c_v – молярная теплоемкость при постоянном объеме; ν – количество вещества; T – абсолютная температура.

Для адиабатных процессов 1 – 2 и 3 – 4 (γ – показатель адиабаты) из уравнения Пуассона получаем:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$
$$p_4 V_1^{\gamma} = p_3 V_2^{\gamma},$$

что с учетом уравнения состояния Клапейрона – Менделеева дает

$$V_1^{\gamma-1} T_1 = V_2^{\gamma-1} T_2$$
$$V_1^{\gamma-1} T_4 = V_2^{\gamma-1} T_3$$

Тогда

$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_н} = 1 - \frac{(T_2 - T_3)}{(T_1 - T_4)} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1},$$

7. Частица с плотностью 7,8 г/см^3, заряженная одним электроном, влетает в электрическое поле с начальной скоростью V_0 = 40 м/с. После прохождения участка с разностью потенциалов U = 1 кВ ее скорость увеличилась в 3 раза. Найдите объем частицы.

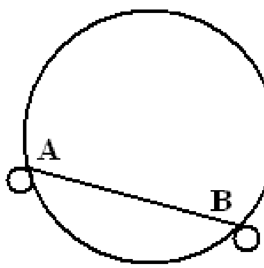
Решение

В процессе движения над частицей была совершена работа $A = eU$. Изменение кинетической энергии частицы равно работе внешних сил, поэтому

$$n\frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = eU$$

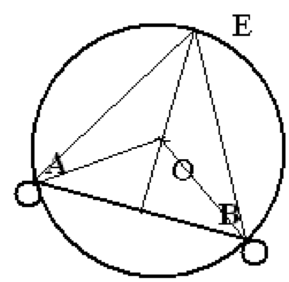
Объем частицы может быть рассчитана как

$$v = \frac{2eU}{\rho V_0^2(n-1)} \approx 1{,}3 \cdot 10^{-23}\text{м}$$



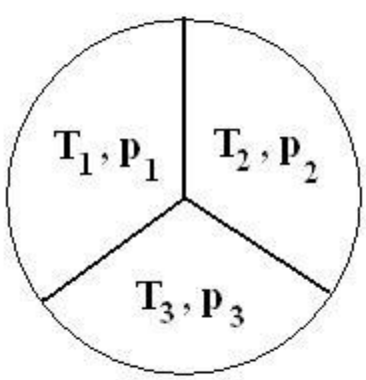
8. Шар катится без проскальзывания по двум горизонтальным рельсам со скоростью V (см. рисунок). Длина хорды AB равна радиусу шара. У каких точек шара скорость наибольшая? Чему равна эта скорость?

Решение:



Поскольку точки A и B хорды AB принадлежат мгновенной оси вращения, то и сама хорда AB является мгновенной осью вращения. Наибольшую линейную скорость u будет иметь точка E, лежащая на диаметре, перпендикулярном этой хорде, как наиболее удаленная от оси вращения. Угловая скорость определяется как

$$\omega = \frac{2v}{R\sqrt{3}} = \frac{u}{R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}, \text{ откуда } u = v\left(1+\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx 2{,}15v.$$



9. Цилиндрический сосуд с идеальным газом разделен теплонепроницаемыми перегородками на три отсека. В каждой перегородке есть отверстие, размер которого мал по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа. Температуры и давления газа в отсеках поддерживаются постоянными. Температуры равны T_1, T_2, T_3. Давление в первом отсеке p_1 известно. Найдите давление p_2 во втором отсеке.

Решение.

Пусть n_i – концентрация молекул в i-м отсеке, а $\langle V_i \rangle$ – средняя по модулю скорость молекул в i-м отсеке. Число ударов молекул о стенку сосуда, а также число молекул, попадающих в отверстие, пропорционально концентрации молекул и их средней по модулю скорости. Так как давление и температура в каждом отсеке поддерживаются постоянными, то через каждое отверстие в обе стороны за некоторый конечный промежуток времени проходит в среднем одинаковое количество молекул, что может быть выражено следующим образом:

$$n_1\langle v_1\rangle = n_2\langle v_2\rangle = n_3\langle v_3\rangle.$$

Средняя по модулю скорость выражается как

$$\langle v\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{m}},$$

а давление

$$p = nkT.$$

Из этих выражений следует, что

$$p_2 = p_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

10. Три одинаковых шарика, расположенные в вершинах равностороннего треугольника со стороной *a* соединены друг с другом нитями. Заряд и масса каждого шарика соответственно равны *q* и *m*. Одну из нитей пережгли. Найдите максимальную скорость среднего шарика. Влиянием силы тяжести пренебречь. (Например, шарики лежат на гладкой поверхности.)

Решение.

Потенциальная энергия системы заряженных шариков первоначально равна

$$E_p = 3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

Из соображений симметрии следует, что кинетическая энергия среднего шарика будет максимальна, когда шарики будут находиться на одной линии. По закону сохранения энергии

$$3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = 2,5\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{m}{2}\left(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2\right)$$

По закону сохранения импульса

$$m\left(v_1 - v_2 + v_3\right) = 0$$

Из соображений симметрии (или из закона сохранения момента импульса) следует, что $V_1 = V_3$.

Решая полученную систему уравнений, имеем

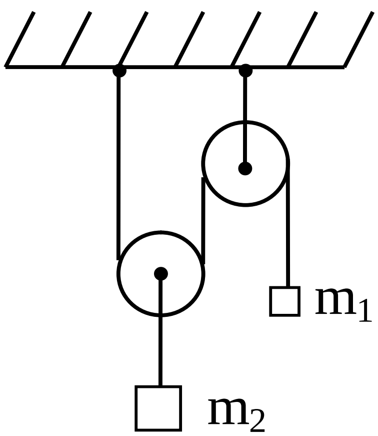
$$v_2 = \sqrt{\frac{2q^2}{3\pi\varepsilon_0 am}}$$

Вариант 3

1. Небольшой камень, брошенный с ровной горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту, упал обратно на землю через 2 с в 20 м от места броска. Чему равна минимальная скорость камня за время полёта?

Решение:

Минимальная скорость достигается в верхней точке траектории. На всем протяжении полета она равна горизонтальной проекции скорости, а значит, равна отношению горизонтальной дальности ко времени полета, т.е., 10 м/с.



2. В системе блоков на нерастяжимой нити подвешены грузы массами m_1 = 1,8 кг и m_2 =2,8 кг. Найдите ускорение a_1 груза массой m_1. Массой блоков и нити и трением в осях блоков пренебречь.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения грузов:

$$m_1 a_1 = T_1 - m_1 g$$

$$-m_2 a_2 = T_2 - m_2 g$$

$$T_2 = 2T_1$$

$$a_1 = 2a_2$$

Находим ускорение a_1 груза массой m_1:

$$a_1 = 2g\frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}$$

3. Молот массой 2 т падает на металлическую болванку массой 2 кг. В результате удара температура болванки возрастает на 25℃. Считая, что на нагревание болванки идёт 50 % всей выделившейся энергии, найдите скорость молота непосредственно перед ударом о болванку. Удельная теплоемкость материала болванки 200 Дж/(кг·°С).

Решение:

Уравнение теплового баланса в нашем случае имеет вид

$$\eta \frac{MV^2}{2} = cm\Delta t$$

Скорость молота равна

$$V = \sqrt{\frac{2cm\Delta t}{\eta M}} \approx 4{,}47 \text{ м/с}$$

4. Электрон влетает в область пространства с однородным электрическим полем с напряженностью E перпендикулярно силовым линиям. Определите значение индукции магнитного поля B, которое необходимо создать в этой области для того, чтобы электрон пролетел ее не испытывая отклонения. Энергия электрона W.

Решение:

Для пролета без отклонения модули электрической и магнитной составляющих силы Лоренца должны быть равны между собой, т.е.

$$eE = eVB$$

Учитывая, что

$$V = \sqrt{\frac{2W}{m}},$$

получим

$$B = E\sqrt{\frac{m}{2W}}$$

5. В закрытой с двух сторон вертикально расположенной цилиндрической прозрачной трубке массой $M = 20$ г и длиной $L = 2$ м на дне сидит муха массой $m = 1$ г. В некоторый момент времени она взлетает вверх со скоростью $V_0 = 10$ м/с и одновременно трубка начинает падать. Неподвижный наблюдатель замечает время, за которое муха долетит до "потолка" трубки. За это время трубка пролетает какое-то расстояние. На сколько отличается расстояние, пройденное трубкой за то же время, при условии, что муха остается сидеть на "полу" трубки?

Решение.

Пусть время полета мухи τ. При взлете мухи со скоростью V_0 трубка приобретает скорость, направленную вниз и равную $V_{0тр} = \frac{m}{M} V_0$. "Пол" трубки за время полета пройдет расстояние

$$H = V_{0тр}\tau + \frac{g\tau^2}{2}.$$

Перемещения относительно неподвижного наблюдателя за время τ мухи и "потолка" трубки связаны соотношением

$$V_0\tau + H = L.$$

Из этих выражений следует, что

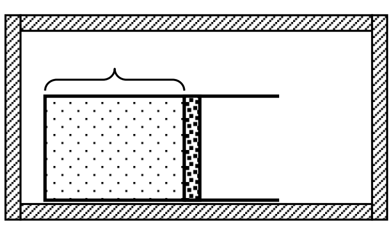
$$\tau = \frac{\sqrt{V_0^2\left(1+\frac{m}{M}\right)^2 + 2gL} - V_0\left(1+\frac{m}{M}\right)}{g}.$$

Учитывая, что с мухой, сидящей на "полу" трубки, расстояние, пройденное "полом" равно

$$H - \Delta h = \frac{g\tau^2}{2},$$

получим

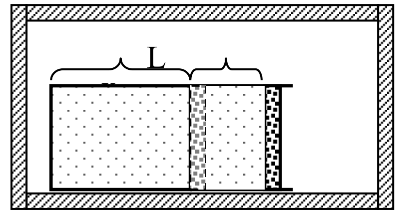
$$\Delta h = V_0 \frac{m}{M}\tau \approx 8{,}8 \text{ см.}$$



6. В горизонтальном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем, находится идеальный одноатомный газ. Первоначальное давление газа $p_1 = 7{,}5 \cdot 10^4$ Па. Расстояние от основания цилиндрического сосуда до поршня L = 40 см. Площадь поперечного сечения поршня S = 60 см^2. В результате медленного нагревания газа поршень сдвинулся на расстояние x = 10 см. При движении поршня на него со стороны стенок действует сила трения $F_{тр}$ = 600 Н. Какое количество теплоты подвели к газу в этом процессе? Сосуд находится в вакууме.

Решение

Поршень начнет двигаться. как только сила давления газа станет равной или больше силы трения. Поэтому вначале необходимо оценить сила давления больше или меньше силы трения $F_{тр} \gtreqless p_1 S$



Оценим $p_1 S = 7{,}5 \cdot 10^4 \cdot 60 \cdot 10^{-4} = 450$ Н, что меньше чем сила трения. Следовательно, при подведении тепла газ сначала будет изохорно нагреваться, а затем изобарно расширяться при давлении

$$p_2 = \frac{F_{тр}}{S} \qquad (1)$$

В соответствии с I законом термодинамики $Q = Q_1 + Q_2$, где Q_1 – количествотеплоты, полученное при изохорическом нагревании, $Q_1 = \Delta U_1 = C_V \nu \Delta T_{12}$; $Q_2 = \Delta U_2 + A_{тр} = C_V \nu \Delta T_{23} + A_{тр}$.

Т.к. $\Delta T_{12} = T_2 - T_1$ и $\Delta T_{23} = T_3 - T_2$, то $Q = C_V \nu (T_2 - T_1) + C_V \nu (T_3 - T_2) + A_{тр}$ или

$$Q = C_V \nu T_3 - C_V \nu T_1 + A_{тр}. \quad \text{Где } A_{тр} = F_{тр} \cdot x$$

Т.к. газ одноатомный, то $C_V \nu T_3 = \frac{3}{2} R \nu T_3$, аналогично $C_V \nu T_1 = \frac{3}{2} p_1 V_1$. Тогда:

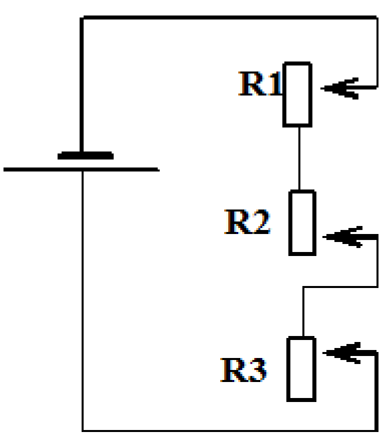
$$Q = \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 + F_{тр} \cdot x \qquad (2)$$

$$V_1 = S L, \qquad (3)$$

$$V_2 = S (L + x) \qquad (4)$$

или $Q = \frac{3}{2} S L (p_2 + \frac{x}{L} p_2 - p_1) + F_{тр} \cdot x$, подставив значения (1), (3), (4) получим

$$Q = F_{тр} \cdot \left(\frac{3}{2} L + \frac{5}{2} x \right) - p_1 S L = 420 \text{ Дж}.$$



7. В цепи постоянного тока, показанной на рисунке, необходимо изменить сопротивление второго реостата (R_2) с таким расчетом, чтобы мощность, выделяющаяся на нем, увеличилась вдвое. Мощность на третьем реостате (R_3) должна остаться при этом неизменной. Как этого добиться, изменив сопротивление первого (R_1) и второго (R_2) реостатов? Начальные значения сопротивлений реостатов $R_1 = 9$ Ом, $R_2 = 6$ Ом и $R_3 = 6$ Ом.

Решение

Т.к. мощность на R_3 остается неизменной, то ток, текущий в цепи, не изменяется, следовательно, при изменении сопротивлений R_1 и R_2 общее сопротивление не меняется, т.е.

$$R_1 + R_2 + R_3 = R'_1 + R'_2 + R_3, \text{ или } \quad R_1 + R_2 = R'_1 + R'_2 \qquad (1)$$

Мощность, выделяемая на сопротивлении R_2: $P = I^2 R_2$. После изменения сопротивления R_2 мощность на нем возросла в 2 раза, при неизменном токе. Т.е. $R'_2 = 2R_2 = 12$ Ом. Подставив значения сопротивлений в (1) получим, что $R_1 = 3$ Ом.

8. Через отверстие в горизонтальной плите в плите вертикально вверх вылетает шарик со скоростью V_0. В тот момент, когда первый шарик достигает максимальной высоты, из отверстия вылетает второй точно такой же шарик, а в момент столкновения первого шарика со вторым из отверстия вылетает третий такой же шарик. Начальные скорости всех шариков одинаковые, соударения между шарами абсолютно упругие. Определите время, в течение которого первый шарик находился над плитой. Посчитайте это время, если $V_0 = 14$ м/с

Решение

На рисунке 1 изображены начальные моменты вылетов для всех трех шариков.

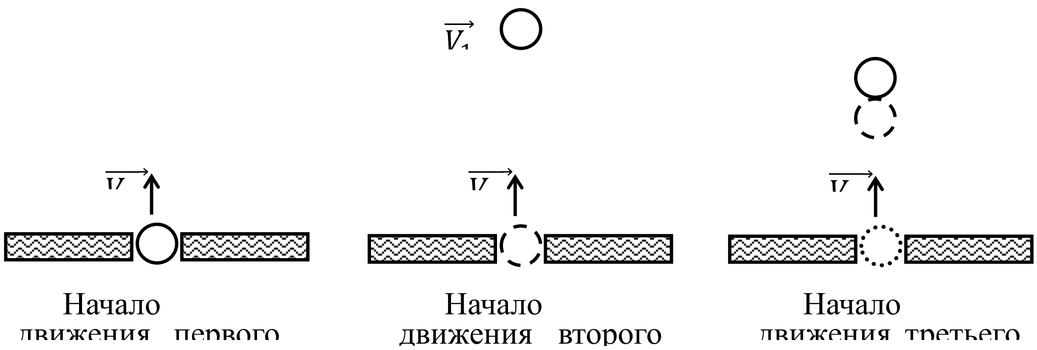


Рис. 1

Понятно, что все они летят по одинаковым траекториям. В моменты упругих ударов происходит обмен скоростями между шариками, т. е. после соударения верхний шарик приобретает скорость и направление нижнего, а нижний скорость и направление верхнего.

При соударениях вдоль одной прямой закон сохранения импульс в проекции на эту прямую будет

$$mV_H - mV_B = mV'_B - mV'_H, \qquad (1)$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{mV_B^2}{2} + \frac{mV_H^2}{2} = \frac{m{V'_B}^2}{2} + \frac{m{V'_H}^2}{2}. \qquad (2)$$

V_H и V'_H – скорость нижнего шарика "до" и "после" соударения

V_B и V'_B скорость верхнего шарика "до" и "после" соударения

После преобразований (1) и (2) получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} V_B^2 - {V_B'}^2 = {V_H'}^2 - V_H^2 \\ V_B + V_B' = V_H' + V_H \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_B - V_B' = V_H' - V_H \\ V_B + V_B' = V_H' + V_H \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_H' = V_B \\ V_B' = V_H \end{cases}, \text{ ч. т. д.}$$

Следовательно, после соударения, верхний шарик движется по траектории нижнего, а нижний по траектории верхнего. Построим зависимости y(t) для всех трех шариков на одном графике (см. рис. 2)

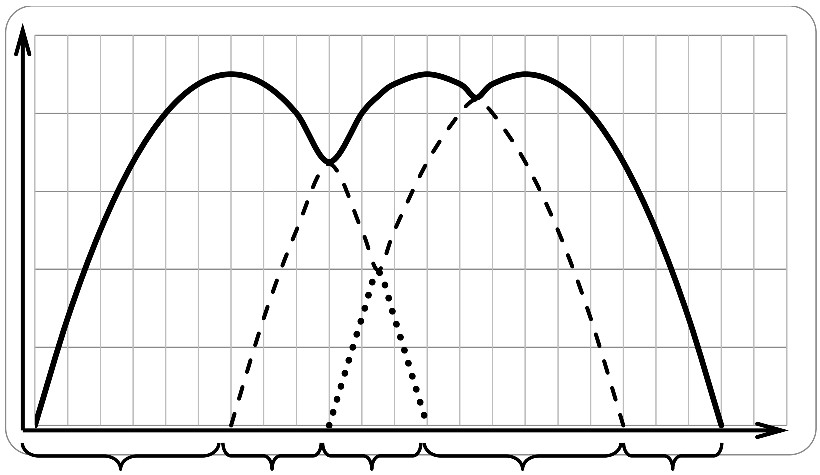


Рисунок 2

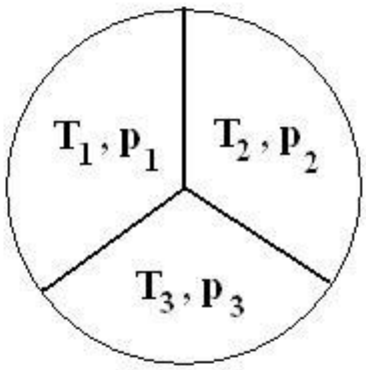
Зависимость для первого шарика нанесена сплошной линией

Зависимость для второго шарика нанесена штриховой линией

Зависимость для третьего шарика нанесена пунктирной линией

Введем время, равное времени поднятия на максимальную высоту $\tau = \frac{V_0}{g}$.

Тогда по рисунку 2 находим, что общее время полета $t = \frac{7}{2}\ \tau$



9. Цилиндрический сосуд с идеальным газом разделен теплонепроницаемыми перегородками на три отсека. В каждой перегородке есть отверстие, размер которого мал по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа. Температуры и давления газа в отсеках поддерживаются постоянными. Температуры равны T_1, T_2, T_3. Давление в первом отсеке p_1 известно. Найдите давление p_3 в третьем отсеке.

Решение.

Пусть n_i – концентрация молекул в i-м отсеке, а $\langle v_i \rangle$ – средняя по модулю скорость молекул в i-м отсеке. Число ударов молекул о стенку сосуда, а также число молекул, попадающих в отверстие, пропорционально концентрации молекул и их средней по модулю скорости. Так как давление и температура в каждом отсеке поддерживаются постоянными, то через каждое отверстие в обе стороны за некоторый конечный промежуток времени проходит в среднем одинаковое количество молекул, что может быть выражено следующим образом:

$$n_1\langle v_1\rangle = n_2\langle v_2\rangle = n_3\langle v_3\rangle .$$

Средняя по модулю скорость выражается как

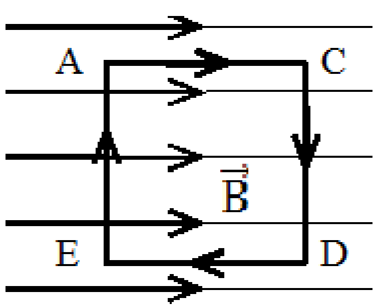
$$\langle v\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{m}} ,$$

а давление

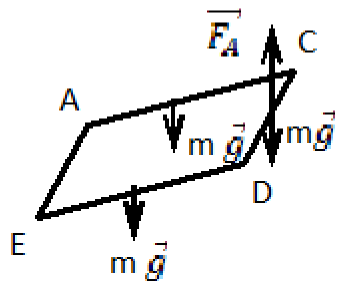
$$p = nkT .$$

Из этих выражений следует, что

$$p_3 = p_1\sqrt{\frac{T_3}{T_1}}$$



10. На непроводящей горизонтальной поверхности лежит жёсткая рамка из однородной тонкой металлической проволоки, согнутая в виде квадрата ACDE со стороной b (см. рисунок). Рамка находится в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции $\vec{B}$ которого перпендикулярен сторонам AE и CD. По рамке массой M протекает ток I по часовой стрелке. При каком значении модуля вектора магнитной индукции, рамка начинает поворачиваться?



Решение

Т.к. по проводнику, находящемуся в магнитном поле течет ток, то на стороны квадрата EA и CD действует сила Ампера отличная от нуля. На EA, действующая сила Ампера будет направлена в горизонтальную плоскость и поэтому сторона EA будет неподвижна. На CD, действующая сила Ампера будет направлена вверх от горизонтальной плоскости и поэтому сторона CD может двигаться вверх относительно плоскости.

Под действием достаточной силы Ампера квадрат ACDE может поворачиваться относительно стороны EA. Условием начала движения будет, равенство моментов силы тяжести сторон квадрата и момента силы Ампера действующей на сторону CD. (см. рисунок). Т.к. $mg = \frac{Mg}{4}$, $F_A = I\,b\,B$, то равенство моментов: $2\,\frac{Mg}{4}\cdot\frac{b}{2} + \frac{Mg}{4}\cdot b = I\,B\,b^2$. Откуда

$$B = \frac{Mg}{2\,b\,I}$$

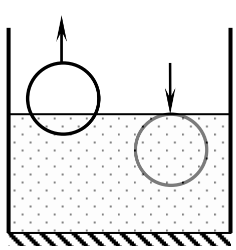
Вариант 4

1. Мотоциклист, движущейся по городу со скоростью V_0 = 20 м/с выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением a = 5 см/с². Определитt наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне уверенного приема по сотовой связи, если оператор гарантирует качественное покрытие связью на расстоянии не далее чем в 32 км от города. Какова скорость мотоциклиста в этот момент?

Решение.

Уравнение движения мотоциклиста: $32000 = 20\cdot t + \frac{0{,}05\cdot t^2}{2}$ ⇨

t = 800 с. V = 60 м/с = 216 км/ч



2. Если шар тянут вверх с силой F, то он остаётся на 1/5 своего объема погруженным в воду. Если с такой же силой давят на шар вниз, то он погружён в воду полностью. (см. рис.) Чему равна плотность шара?

Решение

Для первого случая $mg = F + F_A$; для второго случая $mg + F = F_A'$, откуда следует, что $2mg = F_A' + F_A$. Легко посчитать, что плотность шарика равна 600 кг/м^3.

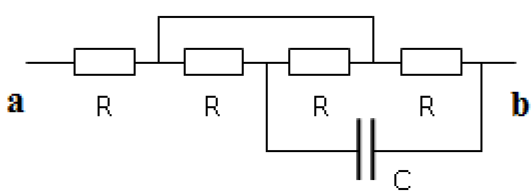
3. В сосуд с водой бросают кусочки тающего льда, при непрерывном помешивании, вначале кусочки льда тают, но в некоторый момент лед перестает таять. Первоначальная масса воды в сосуде 660 г. В конце процесса масса воды увеличилась. На сколько увеличилась масса воды к моменту прекращения таяния льда, если первоначальная температура воды 12,5°С? Потерями теплоты пренебречь.

Решение

Максимально возможная масса растаявшей воды образуется, если лед берут при температуре плавления. Прекращение таяния льда означает, что в системе установилась температура плавления льда. Уравнение теплового баланса в этом случае дает

$$\Delta m = \frac{c_{в} m_{в}}{\lambda} \Delta t = 105 \text{ г},$$

где в числителе стоит произведение удельной теплоемкости воды, начальных массы и температуры воды, а в знаменателе – удельная теплота плавления льда.



4. На рисунке приведена электрическая схема, состоящая из 4-х одинаковых сопротивлений и одного конденсатора. Найдите сопротивление цепи между точками ***a*** и ***b***.

Решение

Ток протекает только через первое и последнее сопротивления, которые соединены последовательно (два средних закорочены, поэтому ток через них не течет), т.е. $R_{об} = 2R$.

5. Найдите угол отскока шарика при угле падения 30° на идеально гладкую поверхность, если при ударе шарик теряет половину кинетической энергии. Угол падения – это угол между нормалью к поверхности и траекторией шарика.

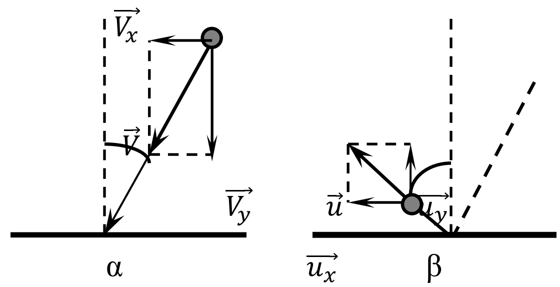
Решение

При падении на гладкую поверхность тангенциальная составляющая импульса сохраняется, и потери энергии при неупругой деформации сопровождаются изменением нормальной составляющей импульса: где индексами x и y обозначены тангенциальная и нормальная составляющие скорости (см. рис).

$$u_x = v_x = \frac{v}{2};$$

$$tg\beta = \frac{u_x}{u_y};$$

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{m\left(u_x^2 + u_y^2\right)}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{mv^2}{2},$$



Отсюда

$$u_y = \frac{v}{2} \qquad \text{тогда} \qquad tg\beta = 1,$$

следовательно, $\beta = 45°$.

6. Запаянный горизонтальный цилиндрический сосуд длиной l = 90 см разделен на две части подвижной перегородкой. С одной стороны от перегородки содержится 2 моль кислорода и 3 моль гелия, с другой – 3 моль азота и 1 моль гелия, а перегородка находится в равновесии. В некоторый момент времени перегородка становится проницаемой для гелия и остается непроницаемой для кислорода и азота. Найти перемещение перегородки. Температуры газов одинаковы и не меняются в течение процесса.

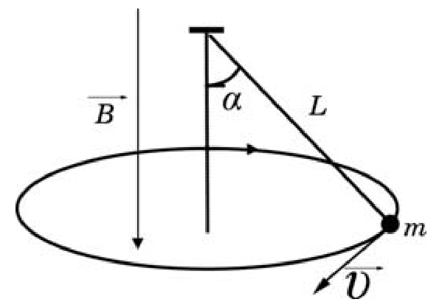
Возможное решение

До того как гелий стал проникать через перегородку равновесие найдем используя уравнение Клапейрона-Менделеева $pV_1 = \nu_1 RT$ и $pV_2 = \nu_2 RT$, т.к. давление и температура равные, то $V_1/V_2 = \nu_1/\nu_2$ или $x_1/x_2 = \nu_1 / \nu_2$, где $\nu_1 = 5$, а $\nu_2 = 4$ откуда $x_2 = 4l/9 = 40$ см.

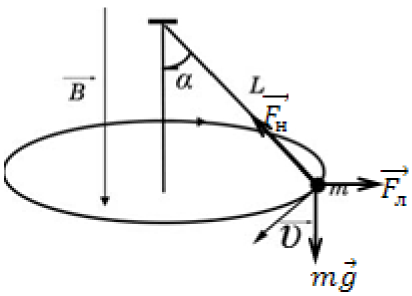
Когда гелий рвномерно рапределился по всему объему, то равновесие поршня, обеспечивается только азотом и кислородом. Тогда $y_1/y_2 = 2/3$ откуда $y_2 = 3l/5 = 54$ см. Смещение поршня влево равно $\Delta x = y_2 - x_2 = 54 - 40 = 14$ см

Ответ: $\Delta x = \frac{7l}{45} = 14$ см.

7. Положительно заряженный шарик массой m = 1 г подвешен на нити длиной L= 1 м и равномерно движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ (см. рисунок). Заряд шарика q = 1 мКл. Нить образует с вертикалью угол α = 60°. Найдите угловую скорость равномерного обращения шарика по окружности.



Решение



После расстановки сил (силы натяжения $\vec{F_н}$, силы тяжести – $m\vec{g}$, силы Лоренца $\vec{F_л}$) см. рисунок, модуль $F_л = q\,v\,B$

Напишем уравнение вращательного движения тела массы m :

$m\,a_{цс} = F_н \sin\alpha - q\,v\,B$

очевидно, что $F_н \cos\alpha = mg$ и $a_{цс} = \omega^2 r$

тогда уравнение вращательного движения тела примет вид:

$m\,\omega^2 r = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha - q\,\omega\, r\, B$. Учитывая, что $r = L\sin\alpha$ окончательно получим $m\,\omega^2 L\cos\alpha + q\,\omega\, L\cos\alpha\, B + mg = 0$.

Ответ: $\omega = \dfrac{-qBL\cos\alpha + \sqrt{q^2\ B^2\ L^2\ cos^2\alpha\ + m^2 g\ L\ \cos\alpha}}{2\,m\,L\ cos\,\alpha} =$

$= \dfrac{q\ B}{2\ m}\left(-1 + \sqrt{1 + \dfrac{m^2 g}{q^2\ B^2\ L\ cos\alpha}}\right) = 0{,}5$ рад/с

8. Определите период T обращения спутника по эллиптической орбите, апогей которой (максимальное удаление от центра Земли) равен утроенному радиусу Земли, а перигей (минимальное удаление от центра Земли) равен радиусу Земли.

Решение.

Для нахождения периода обращения спутника по эллиптической орбите воспользуемся третьим законом Кеплера:

$$\left(\frac{\mathbf{T_2}}{\mathbf{T_1}}\right)^{\mathbf{2}} = \left(\frac{\mathbf{a_2}}{\mathbf{a_1}}\right)^{\mathbf{3}},$$

где Т – это период обращения спутника по орбите;

a – большая полуось орбиты, по которой вращается спутник.

За первую орбиту примем минимальную круговую орбиту спутника, движущегося по ней с первой космической скоростью. Радиус этой орбиты равен радиусу Земли. Длина окружности по любому из меридианов приблизительно равно 40000 км, первая космическая скорость равна 7,8 км/с, следовательно, период

$$T_1 = \frac{40000}{7,8} = 5128 \text{ с} = 85,5 \text{ мин}$$

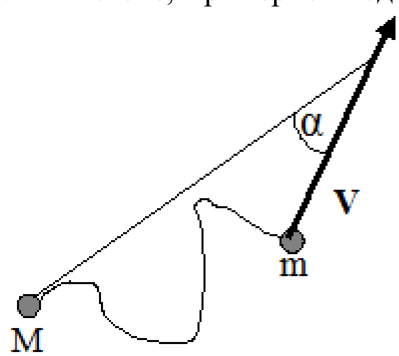
Полуось круговой орбиты очевидно равна радиусу Земли: $\boldsymbol{a_1} = R$

Полуось орбиты спутника, как легко подсчитать $\boldsymbol{a_2} = 2R$

Из третьего закона Кеплера следует, что

$$T_2 = T_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3} = 85,5 \cdot \sqrt{8} = \ = 241,8 \text{ мин} \approx 4 \text{ часа } 2 \text{ мин.}$$

9. На столе, примерно в одном месте, находятся шарики массы M = 400 г и m = 100 г, связанные исходно ненатянутой нитью. Шарику m сообщают скорость v = 10 м/с. В момент, когда нить оказывается натянутой, она образует угол $\alpha = 60^o$ с направлением первоначального движения шарика m. Найдите скорость шарика M сразу как нить натянется.. Нить нерастяжима. Трения нет.

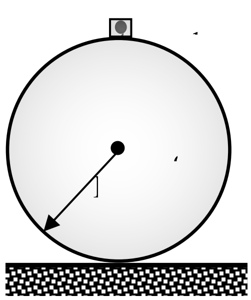


Решение:

Сила натяжения нити направлена вдоль нити, поэтому шарик M приобретёт импульс по направлению нити. Из не растяжимости нити следует, что проекции скорости на направления нити после «неупругого удара» у шариков одинаковы. Обозначим это общее значение проекции u. Тогда из сохранения импульса вдоль нити имеем

$$(M + m)u = mv\cos\alpha/(M + m), \text{ а } u = mv\cos\alpha/(M + m).$$

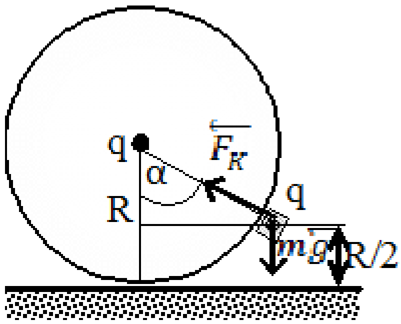
Подставив числа получим: u = 1 м/с



10. Небольшое тело массой *m* = 1,4 г соскальзывает из состояния покоя с вершины гладкой сферы радиуса *R* = 60 см. На теле и в центре сферы размещают одинаковые по модулю разноименные заряды, чтобы тело не отрывалось от поверхности сферы, пока тело не окажется на высоте равной R/2 от поверхности, на которой покоится сфера. Каково значение этих зарядов?

Решение:

Т.к. при движении тело движется по окружности, то вплоть до отрыва, в соответствии со вторым законом Ньютона $ma_{цс} = F_K \pm mg\cos\alpha - N$ (1), где F_K - сила Кулона, $F_K = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$, (2) , α – угол между вертикальным диаметром и радиусом, проведенным к текущему положению тела; в формуле: (+) – когда тело движется по верхней части сферы и (–) - когда тело движется по нижней части сферы; N – сила реакции опоры.



В точке отрыва реакция опоры равна нулю (см. рис.) и уравнение (1) примет вид:

$m\frac{V^2}{R} = F_K - mg\cos\alpha$ (3),

Из закона сохранения энергии: $\frac{3}{2}mgR + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{mV^2}{2}$ (4). За нулевой уровень потенциальной энергии принят уровень находящейся на высоте R/2 от поверхности, на которой покоится сфера.

Из (4) находим, что V^2 = 3gR. По рисунку легко посчитать, что cos α =0,5 Подставив эти значения, а так же (2) в (3) получим: $q = R\sqrt{14\pi\varepsilon_0 mg} = 0{,}6 \cdot \sqrt{14 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 10}$ = 1,4·10^{-6} Кл = 1,4 мкКл.

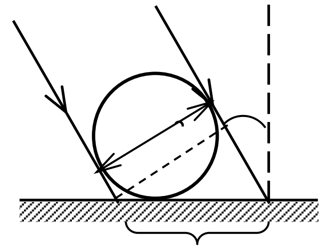
Вариант 5

1. В солнечный день вблизи экватора в 10 часов утра местного времени диаметр тени шара, лежащего на земле, был равен 70 см. Известно, что ровно в полдень солнце окажется в зените. Считая, что солнце двигается по небу по дуге окружности, определите длину тени, отбрасываемой шаром в 15 часов.

Решение

За сутки солнце совершает один полный оборот. Следовательно, за два часа до полудня солнце переместилось на $\frac{360 \text{ градусов}}{24 \text{ часа}} \cdot 2 \text{ часа} = 30$ градусов. Это и есть угол падения солнечных лучей в 10 часов утра. Соответственно, в 15 часов (через 3 часа после полудня) угол падения солнечных лучей, будет равен 45 градусам.

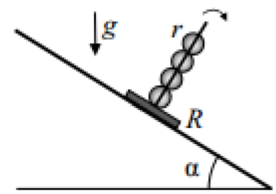
Из рисунка видно, что диаметр шара *2R*, длина тени *l* и угол падения солнечных лучей связаны между собой соотношением: $2R = l_1 \cos \alpha_1$. Следовательно, длина тени в 15 часов $2R = l_2 \cos \alpha_2$ Получаем, что:



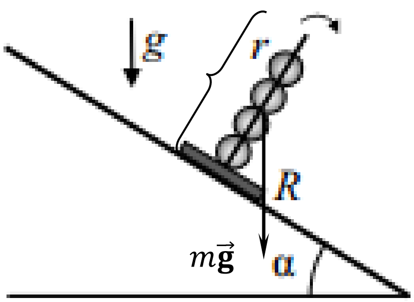
$$l_2 = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \cdot l_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot l_1 = 85{,}7 \text{ см}$$

радиус шара: 30,3 см

2. На наклонном столе с углом α при вершине стоит невесомая подставка, представляющая собой тонкий диск радиуса R с закреплённой в его центре длинной спицей. На спицу нанизывают массивные шарики радиуса r. Сколько необходимо шариков, чтобы подставка опрокинулась?



Решение



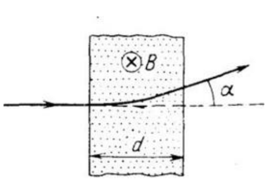
Спица опрокинется при условии, что линия действия силы тяжести пройдет через основание подставки.

Центр тяжести однородной палочки располагается в середине. Т.е., если вдоль спицы суммарная длина линии, образованной насаженными шариками *h*, то центр тяжести находится на высоте *h*/2. Тогда в образовавшемся прямоугольном треугольнике с углом **α** при вершине, tg α = R/(h/2). Откуда *h* = R·ctg α. Но очевидно, что h = n·2r, откуда $n = \left[\frac{h}{2r}\right]$ (целой части числа, стоящего в скобке)

3. Какая часть теплоты, получаемой при изобарном нагревании идеального одноатомного газа расходуется на изменение внутренней энергии этого газа?

Решение

Запишем I закон термодинамики: $Q = \Delta U + A$, Необходимо найти отношение $\Delta U/Q$. Для одноатомного идеального газа $\Delta U = \frac{3}{2} \cdot \nu R \Delta T$ и $A = \nu R \Delta T$, тогда $Q = \frac{5}{2} \cdot \nu R \Delta T$. Отношение $\frac{\Delta U}{Q}$ 100% = $\frac{3}{5}$ 100% = 60%.



4. Протон, ускоренный разностью потенциалов *U*= 500 кВ,пролетает поперечное однородное магнитное поле с индукцией ***B*** = 0,51 Тл. Толщина области с полем ***d***= 10 см (см. рис.). Найти смещениеΔ и угол ***α*** отклонения вектора скорости протона от первоначального направления движения на выходе из области магнитного поля.

Решение

Протон, прошедший разность потенциалов равную U, приобретает скорость V, которую найдем из закона сохранения энергии: $qU=\frac{mV^2}{2}$ или $V=\sqrt{\frac{2qU}{m}}$.

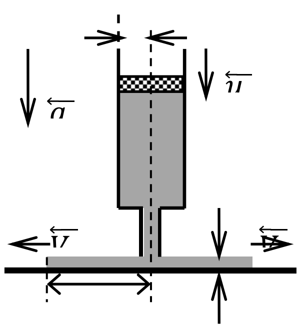
При попадании в область магнитного поля протон начинает двигаться по дуге окружности, радиус которой определяется силой Лоренца:

$qVB=\frac{mV^2}{R}$,откуда $R=\frac{mV}{qB}=\sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}$,вершина, которой лежит на границе области магнитного поля

Угол от отклонения вектора скорости равен центральному углу поворота радиуса окружности, откуда следует, что $\sin\alpha = d/R = \frac{dqB}{mV}$, подставив значение скорости окончательно получим:

$\sin\alpha = Bd\cdot\sqrt{\frac{q}{2mU}} = 0{,}51\cdot0{,}1\cdot\sqrt{\frac{1{,}6\cdot10^{-19}}{2\cdot1{,}67\cdot10^{-27}\cdot5\cdot10^{5}}} = 0{,}5 \rightarrow \alpha = 30^{O}$

Смещение $\Delta = R(1-\cos\alpha) = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}\cdot(1-\cos\alpha) = \sqrt{\frac{2\cdot1{,}67\cdot10^{-27}\cdot5\cdot10^{5}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot0{,}51^{2}}}\cdot(1-\cos 30°) = 26{,}8\cdot10^{-3}$ м

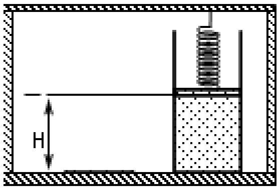


5. Из цилиндра радиуса r = 2 см выдавливают поршнем текучую пасту. Она растекается по поверхности слоем толщины h = 2 мм, образуя круговое пятно. Скорость движения поршня 6 см/с. Какова скорость расширения границы пятна при радиусе пятна R = 30 см ?

<u>Решение</u>

За малый промежуток времени Δt поршень, движущийся со скоростью V_1 опускается расстояние $V_1\cdot\Delta t$ и выдавливает пасту объемом $V_1\cdot\Delta t\cdot S$, где $S = \pi r^2$, при этом площадь пятна на поверхности увеличивается на $\Delta S = 2\pi R\cdot\Delta R$, где $\Delta R = V\cdot\Delta t$. Увеличение объема пасты на поверхности $\Delta S\cdot h$. Объем вытесненный из поршня за время Δt равен увеличению объему пятна на столе за то же самое время. Следовательно: $V_1\cdot\Delta t\cdot\pi r^2 = 2\cdot\pi R\cdot V\cdot\Delta t\cdot h$, откуда следует, что $V=\frac{r^2}{2rh}\cdot V_1$,

$V=\frac{2^2}{2\cdot30\cdot0{,}2}\cdot6 = 2$ (см/с)



6. В цилиндре содержится некоторое количество идеального одноатомного газа. Цилиндр закрыт невесомым поршнем, поршень поддерживается пружиной жесткостью k так, что высота поршня над дном цилиндра H = 40 см. При подведении к газу количества теплоты Q = 200 Дж высота положения поршня изменилась. Определите на какой высоте остановился поршень. Давление среды над поршнями равно нулю. Недеформированная пружина касается дна цилиндра.

Решение:

По первому началу термодинамики

$$Q = A + \Delta U$$

$$A = \frac{k}{2}(H_1^2 - H^2)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}k(H_1^2 - H^2)$$

$$H_1 = \sqrt{\frac{Q + 2kH_1}{2k}} = 60 \text{ см}$$

7. За время 20 с в цепи, состоящей из трех одинаковых проводников, соединенных последовательно и включенных в сеть, выделилось некоторое количество теплоты. За какое время выделится такое же количество теплоты, если проводники соединить параллельно?

Решение:

Приравняем количества теплоты, выделившиеся в первой и второй цепи, используя закон Джоуля-Ленца:

$$\frac{3U^2}{R}\Delta t_2 = \frac{U^2}{3R}\Delta t_1$$

Отсюда следует, что

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{9} \approx 2{,}2 \text{ с}$$

8. Спутник движется по эллиптической орбите, апогей которой (максимальное удаление от центра Земли) равен утроенному радиусу Земли, а перигей (минимальное удаление от центра Земли) равен радиусу Земли. Найдите отношение скоростей в апогее и перигее.

Решение.

По второму закону Кеплера, вытекающему из закона сохранения момента импульса

$3mR_з v_A = mR_з v_p$.

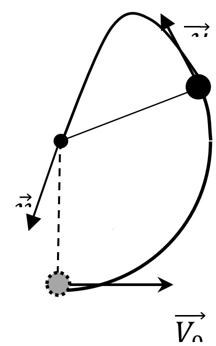
Отсюда

$$\frac{v_A}{v_p} = \frac{1}{3}$$

9. Груз висящий на нити длины L м, привязанной к гвоздю, толкнули так, что он поднялся и затем попал в гвоздь. Какова его скорость в момент удара о гвоздь? Ускорение свободного падения g.

Решение

Траектория состоит из дуги окружности (пока нить натянута) и параболы, проходящей через гвоздь и продолжающей дугу по касательной к ней (нить смята) (см. рисунок.)



В точке перехода к параболе натяжение нити обращается в нуль. Из 2-го закона Ньютона для вращательного движения:

$mu^2/L = m\, g \sin\alpha$,

откуда,квадрат скорости в этой точке

$u^2 = L\, g \sin\alpha$,

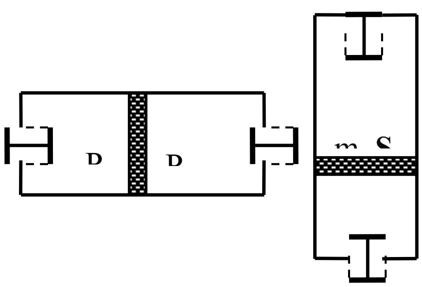
где α– угол, образуемый нитью с горизонталью.

Условие попадания в гвоздь:

Перемещение по горизонтали $L \cos\alpha = u \sin\alpha\, t$,

по вертикали $L \sin\alpha = gt^2/2 - u \cos\alpha\, t$.

Получили систему уравнений



$$\begin{cases} u^2 = L\, g \sin\alpha \\ L\cos\alpha = u \sin\alpha\, t \\ L\sin\alpha = gt^2/2 - u\cos\alpha\, t \end{cases}$$

откуда найдем $\sin^2\alpha = 1/3$

Из закона сохранения энергии $v^2 = u^2 + 2L\, g \sin\alpha$, откуда $v^2 = 3L\, g \sin\alpha$, а ответ: $v = \sqrt[4]{3\, L^2 g^2}$

10. Поршень массы m = 20 кг и сечения S =100 см² в исходном горизонтальном положении цилиндра находится посередине. Слева и справа воздух при атмосферном давлении $P = 10^5$ Па.

Клапан в торце цилиндра открыт только тогда, когда торец обращен строго вниз. Цилиндр поворачивают на 90°, приведя его в вертикальное положение. При какой массе поршня он опустится на нижний торец? Трения нет. Температура неизменна. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Решение

После поворота на 90° давление в нижней части цилиндра при открытом клапане воздух перестаёт выходить, когда давление под поршнем сравнивается с атмосферным P.

Выше поршня тогда будет P` = P – mg/S. Пусть весь объём V, объём снизу V_1, тогда объём сверху $V_2 = V - V_1$. Из уравнения состояния идеального газа для изотермы имеем

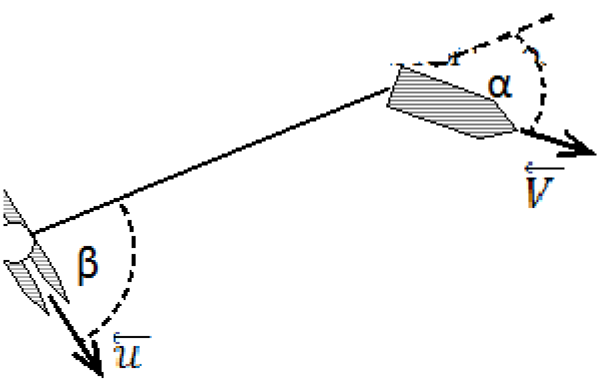
$PV_2 = (P - mg/S)V_2 = PV/2$. Тогда $V_2 = \frac{PV}{2(P - {mg}/{S})}$.

Поскольку $\nu RT = PV$, а $\nu_1 RT = PV_1$, где ν начальное общее число молей, а ν_1 число молей оставшихся под поршнем, откуда следует, что $\nu_1/\nu = V_1/V$. Т.к. $V_1 = V - V_2$, то

$V_1/V = \nu_1/\nu = (PS - 2mg)/2(PS - mg)$. тогда $\nu_1 = \frac{\nu(P - {2mg}/{S})}{2(P - {mg}/{S})} = \frac{\nu(PS - 2mg)}{2(PS - mg)}$

Заметим, что при массе $m = PS/2g = 50$ кг $\nu_1 = 0$ и большей поршень выдавит весь газ из нижней части. Выйдет ровно половина газа. В этом случае при почти полном вытеснении газ в верхней части расширится вдвое, его давление станет P/2.

Вариант 6



1. Катер, который движется по озеру со скоростью *V,* с помощью фала тащит за собой спортсмена на водных лыжах; причем угол между вектором скорости *V* и фалом составляет угол α, а угол между вектором скорости u лыжника и тем же фалом составляет угол β. Найдите скорость спортсмена.

Решение

Очевидно, что проекции скоростей *V* и *u* линию фала равны, т.е. $V \cdot \cos\alpha = u \cdot \cos\beta$ откуда следует, что $u = V \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$

2. Из двух одинаковых кусков стальной проволоки свили две пружины. Диаметр витков одной из них равен *d*, другой 2*d*. Первая пружинка под действием груза растянулась на одну десятую своей длины. На какую часть своей длины растянется под действием того же груза вторая пружина?

Решение

Удлинение пружин равно $\Delta l = n \cdot 2d \cdot \sin\dfrac{\alpha}{2}$, где n – число витков пружины, а α – угол, на который разворачиваются соседние витки пружины. Так как удлинение пружины мало, то этот угол мал и $\sin\dfrac{\alpha}{2} \approx \dfrac{\alpha}{2}$.Поэтому $\Delta l = nd\alpha$.

Угол α пропорционален моментам сил F, которые растягивают виток: $\alpha = Fd$. Сила F равна весу груза, подвешенного к пружине, и одинакова в обоих случаях, поэтому $\Delta l \sim nd^2$.

Диаметр витков второй пружины вдвое меньше, следовательно, абсолютное удлинение второй пружины вдвое больше, чем у первой. Таким образом, вторая пружина растянется на 2/5 своей длины.

3. В комнате объемом V =75 м^3 температура воздуха такая же, как на улице T_1 = – 20^{O}C. Включают электрокамин и он медленно прогревает воздух в комнате до T_2 = +23^{O}C. Часть воздуха при этом выходит наружу через негерметичное окно. Найти изменение внутренней энергии воздуха в комнате и работу, которую совершает воздух при расширении наружу. Атмосферное давление принять равным 10^5 Па.

Решение

По условию задачи, в силу не герметичности помещения, процесс изобарный. Следовательно, часть газа, выходящая наружу, и совершает работу.

Внутренняя энергия воздуха в комнате $U = \nu C_v T = \nu\frac{5}{2}RT = \frac{5}{2}p_0V$. Из полученного результата следует, что внутренняя энергия воздуха в комнате не зависит от температуры. Т.е. внутренняя энергия воздуха в комнате в процессе нагревания при постоянном давлении не меняется.

Запишем уравнение состояния для газа в комнате после прогрева:

$p_0V = \nu_2RT_2$ (1)

Уравнение состояния для воздуха в количестве ν_2в комнате в начальный момент

$p_0(V - \Delta V) = \nu_2RT_1$, (2)

где ΔV - объем газа вышедшего на улицу при температуре среды ниже ($T_1 < T_2$),

Работа совершается при постоянном давлении, поэтому

$A = p_0\Delta V$ (3)

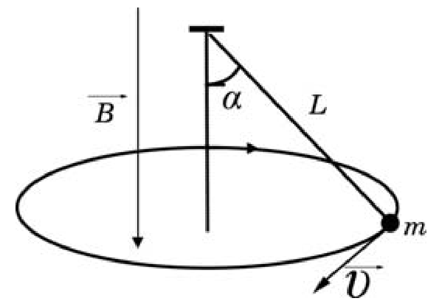
Найдем ΔV из (1) и (2), вычтя второе уравнение из первого $p_0\Delta V = \nu_2R(T_2 - T_1)$.

Вынесем в этом равенстве T_2: $\quad p_0\Delta V = \nu_2 RT_2\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$

Из (1) видно, что произведение $\nu_2 RT_2$ равно p_0V.

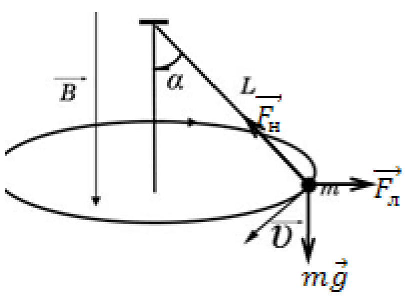
Окончательно работа равна: $A = p_0V\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = 10^5 \cdot 75\left(1 - \frac{260}{300}\right)$ =1 МДж

4. Положительно заряженный шарик массой m = 1 г подвешен на нити длиной L= 1 м и равномерно движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ (см. рисунок). Заряд шарика q = 1 мКл. Нить образует с вертикалью угол α = 60°. Найдите угловую скорость равномерного обращения шарика по окружности.



Решение

После расстановки сил (силы натяжения $\vec{F}_н$, силы тяжести – $m\vec{g}$, силы Лоренца $\vec{F}_л$) см. рисунок, модуль $F_л = qvB$



Напишем уравнение вращательного движения тела массы m :

$m\,a_{цс} = F_н \sin\alpha - qvB$

очевидно, что $F_н \cos\alpha = mg$ и $a_{цс} = \omega^2 r$

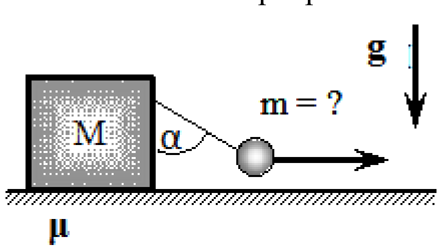
тогда уравнение вращательного движения тела примет вид:

$m\omega^2 r = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha - q\omega rB$. Учитывая, что $r = L\sin\alpha$ окончательно получим $m\omega^2 L\cos\alpha + q\omega L\cos\alpha\, B + mg = 0$.

Ответ: $\omega = \dfrac{-qBL\cos\alpha + \sqrt{q^2\ B^2\, L^2\, cos^2\alpha\ \ + m^2 g\, L\ \cos\alpha}}{2\, m\, L\ \ cos\,\alpha} =$

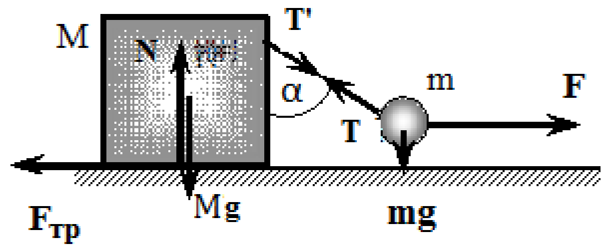
$= \dfrac{q\,B}{2\,m}\left(-1 + \sqrt{1 + \dfrac{m^2 g}{q^2\, B^2\ L\, cos\alpha}}\right) = 0{,}5$ рад/с

5. Тяжелый шар привязан нитью к кубу массы M = 4 кг. За другую нить шар тянут по горизонтали, так что он и куб движутся с постоянной скоростью. Наклонная нить образует угол α = 45° с вертикалью. Найдите массу шара, если коэффициент трения куба с полом μ = 0,5.



Решение:

Т.к. куб движется с постоянной скоростью, то, векторная сумма сил действующих на каждое из тел равна нулю.



Для шара: $\overleftarrow{T} + m\overrightarrow{g} + \overleftarrow{F} = 0$;

для куба: $\overleftarrow{F_{тр}} + \overleftarrow{N} + \overleftarrow{T'} + \text{M}\overrightarrow{g} = 0$

Из равновесия шара: $T_y = mg$, тогда $T_x = F = mg \cdot tg\ \alpha$. (1)

Равновесие куба. Проекция на вертикальную ось: $N - T_{\gamma}' - Mg = 0 \rightarrow N = (M + m)\ g$ (2)

Проекция на горизонтальную ось $T_x – F_{тр} = 0$ или $F_{тр} = T_x = mg \cdot tg\ \alpha$. (3)

Сила трения при проскальзывании $F_{тр} = \mu N \rightarrow F_{тр} = \mu(M + m)\ g$ (4)

Откуда после подстановки (3) в (4) получим $\mu(m + M) = m \cdot tg\ \alpha$ или $m = \mu M(\text{tg}\ \alpha – \mu) = 1$ кг.

6. Какую среднюю мощность развивает двигатель мотоцикла, если при скорости движения 90 км/ч расход бензина составляет 4 л на 100 км пути, а КПД двигателя 25 %? Удельную теплоту сгорания бензина принять 44 МДж/кг, плотность бензина – 750 кг/м^3.

Решение:

Мощность двигателя определяется как

$$N = \frac{\rho\vartheta qV}{\eta s} = \frac{750 \cdot 0{,}004 \cdot 44 \cdot 10^6 \cdot 25}{0{,}25 \cdot 10^5} = 33\ \text{кВт}$$

7. Электрон влетает в область пространства, в котором созданы однородные электрическое и магнитное поля. Скорость электрона направлена перпендикулярно силовым линиям электрического поля. Значение индукции магнитного поля *B*. Определите значение напряженности *E* электрического поля, которое создано в этой области, если электрон пролетает область, не испытывая отклонения. Энергия электрона *W*.

Решение:

Для пролета без отклонения модули составляющих силы Лоренца должны быть равны между собой, т.е.

$$eE = eVB$$

Учитывая, что

$$V = \sqrt{\frac{2W}{m}},$$

получим

$$E = B\sqrt{\frac{2W}{m}}$$

8. Космический корабль, представляющий собой цилиндр небольшой длины и имеющий площадь поперечного сечения *S,* движется вдали от тяготеющих тел со скоростью *u.* Вектор скорости направлен вдоль оси цилиндра. Масса корабля – M_0. Корабль влетает в пылевой слой толщиной *L* и плотностью ρ. При движении в слое корабль испытывает неупругие соударения с частицами пыли. Определите время его движения в пылевом слое.

Решение

Поскольку корабль движется в слое, испытывая неупругие соударения, то к моменту выхода из слоя его масса станет равной

а скорость

Величина, обратная скорости, линейно изменяется в зависимости от пройденного пути *L*:

Площадь под графиком этой зависимости и есть искомое время:

9. На обнаруженной в Космосе планете ускорение свободного падения в 5 раз больше, чем на Земле. Космонавты, высадившиеся на этой планете, построили для нужд научной станции гидроэлектростанцию, для чего возвели плотину высотой 100 м. Оцените, какую мощность может развивать такая плотина, если оказалось, что в водохранилище до плотины и у подножия плотины температура воды отличается на 1 °C, а ежесекундно через плотину проходит 2 тонны воды.

Решение:

Потенциальная энергия воды переходит в полезную работу и частично теряется в виде теплоты. Выразим полезную мощность:

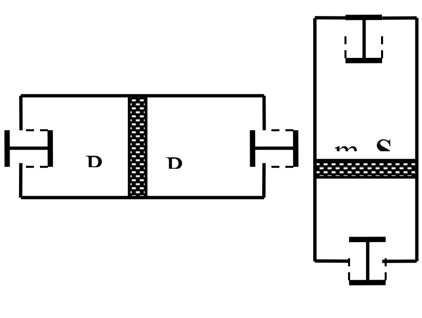
$$\frac{m}{t}gh - c\frac{m}{t}\Delta t = 1{,}6\ \text{МВт}$$

10. Поршень массы $m = 20$ кг и сечения $S = 100$ см^2 в исходном горизонтальном положении цилиндра находится посередине. Слева и справа воздух при атмосферном давлении $P = 10^5$ Па. Клапан в торце цилиндра открыт только тогда, когда торец обращен строго вниз. Цилиндр поворачивают на 90°, приведя его в вертикальное положение. Какая доля воздуха выйдет? Трения нет. Температура неизменна. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Решение

После поворота на 90° давление в нижней части цилиндра при открытом клапане воздух перестаёт выходить, когда давление под поршнем сравнивается с атмосферным P.

Выше поршня тогда будет $P' = P - mg/S$. Пусть весь объём V, объём снизу V_1, тогда объём сверху $V_2 = V - V_1$. Из уравнения состояния идеального газа для изотермы имеем



$PV_2 = (P - mg/S)V_2 = PV/2$. Тогда $V_2 = \frac{PV}{2(P - {mg}/{S})}$.

Поскольку $\nu RT = PV$, а $\nu_1 RT = PV_1$, где ν начальное общее число молей, а ν_1 число молей оставшихся под поршнем, откуда следует, что $\nu_1/\nu = V_1/V$. Т.к. $V_1 = V - V_2$, то

$V_1/V = \nu_1/\nu = (PS - 2mg)/2(PS - mg)$. тогда $\nu_1 = \frac{\nu\left(P - {2mg}/{S}\right)}{2\left(P - {mg}/{S}\right)} = \frac{\nu(PS - 2mg)}{2(PS - mg)}$

Заметим, что при массе m = PS/2g = 50 кг $\nu_1 = 0$ и большей поршень выдавит весь газ из нижней части. Выйдет ровно половина газа. В этом случае при почти полном вытеснении газ в верхней части расширится вдвое, его давление станет P/2.

В случае, когда $\nu_1 > 0$ (m < PS/2g). Тогда число вышедших молей газа $\Delta\nu = \nu/2 - \nu_1$, подставив значение ν_1, получим $\Delta\nu = \frac{\nu m g}{2(PS - mg)}$, а искомая доля $\Delta\nu/\nu = mg/2(PS - mg) = 1/8$.

Вариант 7

1. На столбе на высоте H = 10 м укреплен тревожный звонок. Начался ураган, скорость ветра в урагане 20 м/с. В каком месте на земле звук тревоги будет слышен громче всего? Скорость звука 330 м/с.

Решение:

В отсутствие ветра звонок громче всего будет слышен непосредственно под точкой подвеса. При ветре, имеющем скорость V, эта точка будет перемещаться вместе с воздухом, ее расстояние от столба L будет определяться соотношением

$$\frac{H}{u} = \frac{L}{V}$$

Тогда

$$L = H\frac{V}{u} \approx 0{,}6 \text{ м}$$

2. Три одинаковых шара, связанных двумя одинаковыми пружинами, подвешены вертикально на нити, привязанной к верхнему шару. Какими будут ускорения шаров сразу после пережигания нити?

Решение:

В покое на нижний шар действуют сила тяжести и сила упругости, равная силе тяжести. На средний шар также действуют сила тяжести и силы упругости со стороны нижней и верхней пружин, причем сила упругости верхней пружины равна удвоенной силе тяжести. На верхний шар действуют сила тяжести, сила упругости пружины (в сумме – утроенная сила тяжести) и сила натяжения нити.

При пережигании нити силы упругости мгновенно измениться не могут, поэтому нижний и средний шары будут иметь нулевое ускорение, а верхний приобретет ускорение $3g$, направленное вниз.

3. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из двух изобар и двух политроп, на которых давление газа p и объем V связаны соотношениями $p = \alpha_1 V$ и $p = \alpha_2 V$, где $\alpha_{1,2}$ - постоянные. Найдите к.п.д. тепловой машины, если в ней в качестве рабочего тела используется одноатомный идеальный газ. Отношение максимальной температуры в цикле к минимальной $n = 9$.

Решение:

$$\eta = 1 - \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha_1}{\alpha_2} + 2n - \frac{5}{2}}{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\left(2n - \frac{5}{2}\right) + \frac{1}{2}}$$

4. Имеются два тонких проволочных кольца радиусом R = 0,3 м каждое. Оси, перпендикулярные плоскостям колец, совпадают. Заряды колец равны q и - q ($|q|$ = 0,4 мкКл). Расстояние между центрами колец l = 0,52 м. Найдите разность потенциалов между центрами колец.

Решение:

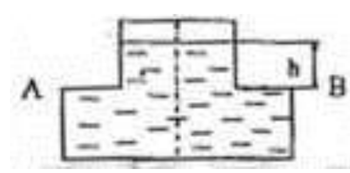
Потенциал в центре кольца равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + l^2)^2}$$

Разность потенциалов равна

$$\Delta\varphi = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{(R^2 + l^2)^2}\right) \approx 12 \text{ кВ}$$

5. Открытый бак, состоящий из двух соосных цилиндров диаметрами d и 2d, заполнен жидкостью плотности ρ, как показано на рисунке. Бак стоит на полу лифта, который поднимается вверх с ускорением a = 0,25 g. Определите силу давления жидкости на горизонтальную поверхность AB, соединяющую оба цилиндра. Атмосферное давление равно p_0.



Решение:

Сила приложена вертикально вверх.

$$F = \frac{3}{4}\pi d^2 (p_0 + \rho(a + g)h)$$

6. На дне цилиндра, наполненного воздухом, плотность которого $\rho = 1{,}29$ кг/м^3, лежит полый металлический шарик радиусом r = 1 см и массой $m = 5$ г. До какого давления нужно изотермически при температуре T = 290 K сжать воздух в цилиндре, чтобы шарик всплыл? Воздух считать идеальным газом молярной массой $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение:

Чтобы шарик всплыл, нужно, чтобы его плотность стала не меньшей, чем плотность шарика. Это выполняется при давлении

$$p = \frac{3mRT}{4\pi r^3 \mu} \approx 992 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

7. Точечный заряд q находится на расстоянии h от плоской поверхности проводника, заполняющего все нижнее полупространство. С какой силой притягивается заряд к проводнику?

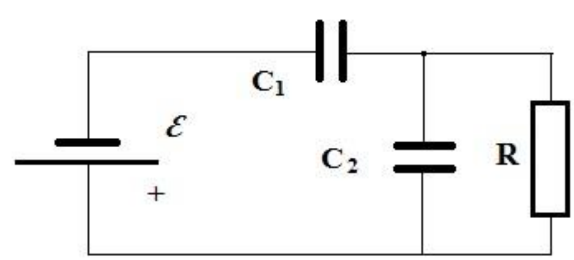
Решение:

Воспользуемся принципом зеркального отражения. Наведенный в проводящем полупространстве заряд имеет тот же модуль и противоположный знак. Его расстояние от границы раздела равно h.

В этом случае

$$F = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 h^2}$$

8. В пространстве между пластинами плоского конденсатора C_1 происходит ионизация воздуха путем воздействия рентгеновского излучения такой мощности, что образуется $w = 2 \cdot 10^{12}$ пар носителей заряда за 1 с в 1 м^3. Модуль заряда носителя составляет $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Все образовавшиеся носители долетают до пластин. Площадь пластин $S = 100$ см^2, расстояние между ними $d = 5$ мм. $C_2 = 10$ мкФ, $R = 2$ кОм. Определите заряд конденсатора C_2.



Решение:

Ток в цепи создается только генерацией носителей в C_1. Напряжение на C_2 равно напряжению на резисторе. Тогда

$$q_2 = C_2 wdSeR = 3{,}2 \cdot 10^{-15} \text{ Кл}$$

9. Нижний конец капилляра радиусом r =0,2 мм и длиной l = 8 см погружен в воду, температура которой $T_н$ = 273 К и постоянна. Температура верхнего конца капилляра $T_в$ = 373 К. На какую высоту поднимется вода в капилляре? Считать, что температура линейно изменяется по длине капилляра. Теплообменом с окружающим воздухом и тепловым расширением воды пренебречь. Коэффициент поверхностного натяжения воды изменяется в данном температурном диапазоне как σ = (133,3 - 0,21T) мН/м. Вода полностью смачивает капилляр. Тепловым расширением воды можно пренебречь.

Решение:

Зависимость температуры от высоты

$$T(x) = \frac{T_в - T_н}{l}x$$

Условие равновесия столба жидкости

$$\rho g x = \frac{2\sigma}{r}$$

Подставляя в температурную зависимость коэффициента поверхностного натяжения зависимость температуры от высоты и выполнив необходимые преобразования, получим x = 0,51 м

10. Определите массу меди, нужной для проведения двухпроводной линии длиной l = 5 км. Напряжение на линии со стороны электростанции U = 6,9 кВ, передаваемая потребителю мощность P = 60 кВт. Допускаемое уменьшение напряжения на линии n = 8 %. Плотность меди $D = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельное сопротивление $\rho = 1{,}75 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Решение:

Мощность, передаваемая потребителю, определяет ток в линии

$$I = \frac{P}{U(1-n)}$$

Сопротивление линии может быть определено как

$$r = \frac{n(n-1)U^2}{P}$$

С другой стороны,

$$r = \rho\frac{l}{S} = \rho\frac{l^2 D}{m}$$

Получаем

$$m = \frac{\rho l^2 DP}{U^2 n(n-1)} \approx 267 \text{ кг}$$

Вариант 8

1. Поезд начинает движение из состояния покоя и равномерно увеличивает скорость. На первом километре пути она возросла на $\Delta V = 10$ м/с. На сколько она возрастет на втором километре?

Решение:

Скорость в конце первого километра равна

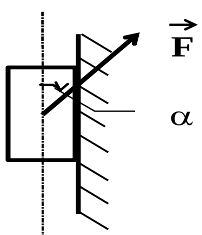
$$\Delta V = \sqrt{2aS}$$

Ускорение равно

$$a = \frac{(\Delta V)^2}{2S}$$

Приращение скорости на 2-м километре

$$\Delta V_2 = \Delta V\left(\sqrt{2} - 1\right) = 4{,}1 \text{ м/с}$$

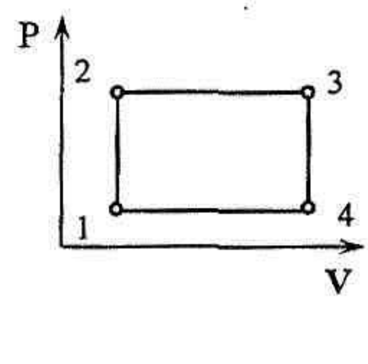


2. Тело массой m движется вверх по вертикальной стенке под действием силы *F*, направленной под углом α к вертикали. Найдите ускорение тела. Коэффициент трения между телом и стеной равен μ.

Решение:

$$a = F\frac{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}{m} - g$$

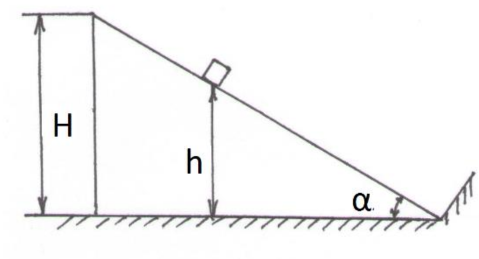
3. 1 моль неона совершает цикл, изображенный на PV- диаграмме, и состоящий из двух изохор и двух изобар. Известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме, а средние квадратичные скорости атомов неона в точке 1 V_1 = 500 м/с, а в точке 3 - V_3 = 1000 м/с. Определите количество теплоты, подводимое к газу за цикл. Молярная масса неона μ = 0,020 кг/моль.



Решение: Q = 8,3 кДж

4. Источник постоянного тока с внутренним сопротивлением r = 1 Ом замкнут в первом случае на резистор сопротивлением R, а во втором случае - на 4 таких же резистора, соединённых параллельно. Определите сопротивление R, если мощность, выделяемая в нагрузке в первом и во втором случаях одна и та же.

Решение: $R = \frac{4}{\sqrt{5}} r = 1{,}79\ \text{Ом}$

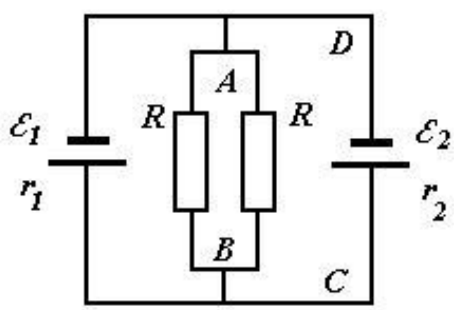


5. С наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, с высоты *H* соскальзывает небольшая шайба. В конце спуска у основания наклонной плоскости шайба испытывает упругое соударение со стенкой и поднимается по наклонной плоскости на высоту h. Найдите коэффициент трения между шайбой и наклонной плоскостью.

Решение: $\mu = \frac{(H-h)tg\alpha}{H+h}$

6. Термометр подержали над огнём. После того, как горелку выключили, показания термометра упали от 100 °C до 99 °C за две секунды. За сколько времени показания термометра уменьшаться от 60 °C до 59 °C?

Решение: $\tau_2 = \tau_1 \frac{t_1}{t_2} \approx 3{,}3$ с



7. Определите сопротивление *R*, при котором ток в цепи ABCD не течет, если $r_1 = r_2 = 0{,}5$ Ом, $E_1 = 12$ В, $E_2 = 6$ В.

Решение: $R = \frac{\varepsilon_2 r_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} = 0{,}5\ \text{Ом}$

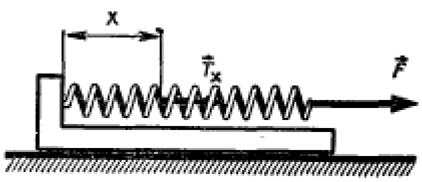
8. Пуля массой m, летевшая со скоростью v, пробивает один подвешенный груз массой m и застревает во втором подвешенном грузе той же массы. Пренебрегая временем взаимодействия пули с грузом, найдите количество теплоты Q_1, выделившееся в первом грузе, если во втором выделилось количество теплоты Q_2.

Решение:

$$Q_1 = m\sqrt{\frac{4Q_2}{m}}\left(\upsilon_0 - \sqrt{\frac{4Q_2}{m}}\right) = 2\sqrt{mQ_2}\left(\upsilon_0 - \sqrt{\frac{4Q_2}{m}}\right).$$

9. К динамометру приложена сила 4 Н так, что он движется с постоянным ускорением по горизонтальному столу. Что показывает динамометр, если масса пружины равна массе корпуса?

Решение:

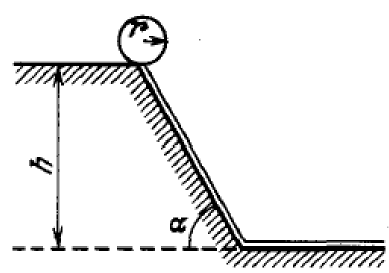


В обычных условиях, когда динамометр неподвижен, сила упругости в любом сечении пружины одна и та же, т. е. любые равные участки пружины удлиняются при растяжении на одну и ту же величину. При движении динамометра с ускорением дело обстоит не так. Рассмотрим сечение пружины, которое находится на расстоянии x от конца пружины, прикрепленного к корпусу динамометра. Сила упругости T_x сообщает ускорение корпусу динамометра и участку пружины длиной x. Масса этого участка пружины равна $M_x{=}MLx$ По второму закону Ньютона сила упругости в сечении *x* $T_x{=}\left(M{+}M_{xL}\right)a$

Суммируя все силы, получим

$$T = k\frac{3F}{4k} = 3 \text{ Н}$$

10. Тонкий обод массой *m* и радиусом R скатывается с наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, наматывая на себя тонкую гибкую ленту, линейная плотность которой ρ (смотри рисунок). В начальный момент обод находился на высоте *h* над горизонтальной поверхностью. Скатившись с наклонной плоскости, обод остановился на расстоянии *S* от ее основания.



Определите массу обода *m*. Считайте переход от наклонной плоскости к горизонтальной поверхности плавным.

Решение:

Потенциальная энергия системы в начальный момент складывается из потенциальной энергии обода, равной $mg(r{+}h)$, и потенциальной энергии части ленты, лежащей на наклонной плоскости, $\rho g h2/(2\sin\alpha)$. Полная конечная энергия системы также будет чисто потенциальной и равной ввиду отсутствия трения начальной энергии. Конечная энергия складывается из энергии обода mgrи энергии намотавшейся на него ленты. Центр масс последней будем считать совпадающим с центром масс обода. Это предположение верно, если длина намотавшейся лепты много больше длины окружности обода. Тогда потенциальная энергия намотавшейся ленты есть $\rho(h/\sin\alpha{+}s)gr$, причем длина ленты равна

$$h/\sin\alpha + s,$$

где s - расстояние, пройденное ободом от основания наклонной плоскости до точки остановки. Из закона сохранения энергии получаем

$$m = \frac{\rho}{g}\left(rs - \frac{h}{\sin\alpha}\left(r - \frac{h}{2}\right)\right)$$

Задания отборочного этапа

9 класс

Вариант 1

1. Цилиндрический стакан массой 100 г держат двумя пальцами за стенки. Если стакан сжать пальцами по диаметру с некоторой силой F_1 и тянуть по гладкой горизонтальной поверхности, то ему удается сообщить довольно большое ускорение, равное 21 м/с^2. Какой максимальной массы груз можно поднимать в стакане так, что через 0,6 с он приобретает максимальную скорость 30 см/с? Ответ выразите в килограммах. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2.

Решение:

Пусть коэффициент трения пальцев о стакан равен μ. В случае, когда мы тянем стакан по гладкой горизонтальной поверхности, по второму закону Ньютона имеем:

$$\mu F_1 = m_1 a_1$$

При подъеме стакана вверх уравнение динамики движения имеет вид:

$$\mu F_1 - (m + M)g = (m + M)a_2$$

Подставляя значения μF_1 и a_2, получим

$$m_1 a_1 - (m + M)g = (m + M)\frac{V_m}{\tau}$$

Масса груза равна

$$M = \frac{m\left(a_1 - g - \frac{V_m}{\tau}\right)}{g + \frac{V_m}{\tau}} = 0{,}1 \text{ кг}$$

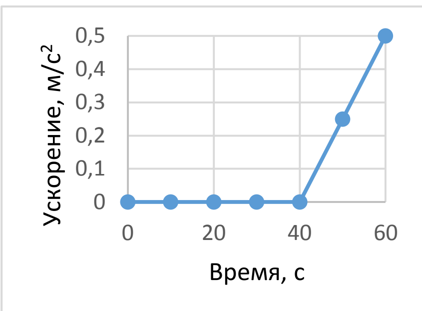
Ответ: 0,1 кг

2. Тележка массой 10 кг двигалась из состояния покоя. Сила, приложенная к тележке, менялась от равномерно 20 Н до 35 Н за время 1 минута. Какова скорость тележки к концу 1-й минуты, если коэффициент трения тележки о дорогу 0,3? Ответ выразите в метрах в секунду.

Решение:

Максимальная сила трения покоя равна $F_{тр.м} = \mu N = \mu mg = 0{,}3 \cdot 10 \cdot 10 = 30$ Н. Так как сила нарастала со скоростью $\Delta F / \Delta t = 15/60 = 0{,}25$ Н/с, то в течении 40 с брусок не двигался. Далее сила трения оставалась постоянной и равной 30 Н, а сила тяги нарастала и увеличивала ускорение бруска. Т.е. имеем дело с неравноускоренным движением. Равнодействующая сил будет равна разности сил тяги T и силы трения $F_{тр}$:

$$R = T(t) - F_{тр},$$



Можно построить график зависимости ускорения $a = R/m$ от времени. Тогда площадь, ограниченная графиком, определяет скорость бруска:

$$V = \frac{a}{2}(t - t_0) = 5 \text{ м/с}$$

Ответ: 5 м/с

3. Длинным полярным днем вокруг Северного полюса Земли идет белый медведь. Траектория его движения представляет собой окружность, центр которой – Северный полюс, а радиус равен 20 км. С какой скоростью и в каком направлении должен идти медведь, чтобы все время видеть Солнце в одном и том же положении на небе? Результат округлите до двух значащих цифр и выразите в километрах в час.

Решение:

Радиус окружности, по которой идет медведь, намного меньше радиуса Земли, поэтому можно считать, что его траектория лежит в плоскости, которая касается поверхности Земли в полярной точке. Для выполнения условия медведь должен проходить окружность за одни сутки, двигаясь в западном направлении, значит скорость медведя должна быть равной

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 20}{24} \approx 5{,}2$$

Ответ: 5,2 км/час в западном направлении.

4. Теннисная ракетка движется навстречу мячу. В момент удара ракетка находится на высоте $h = 1{,}76$ м от поверхности корта, при этом скорости ракетки и мяча параллельны корту и равны соответственно $u = 2$ м/с (скорость ракетки) и $V = 1$ м/с (скорость мяча). Считая удар мяча по ракетке упругим, определите, на какой высоте от поверхности корта мяч ударится о стенку, расположенную на расстоянии $L = 2$ м от ракетки? Мяч после удара о ракетку движется в направлении стенки; плоскость, в которой лежит траектория мяча, перпендикулярна стенке. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения можно считать равным 9,8 м/с^2. Результат выразите в метрах.

Решение:

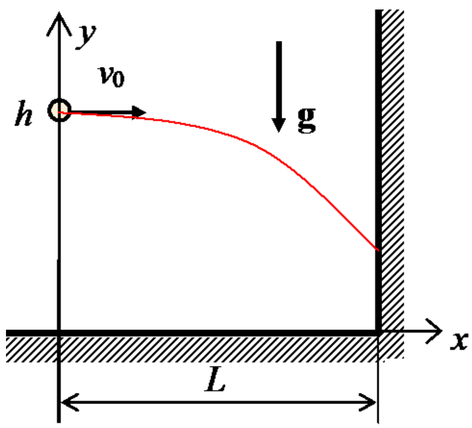
Скорость мяча V_0 после упругого удара о ракетку можно получить, если воспользоваться законом сложения скоростей. Для этого сначала перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью ракетки u. В этой системе отсчета, скорость мяча относительно ракетки равна

$$V_{rel} = V + u$$

После упругого удара эта скорость поменяет направление, но модуль ее в движущейся системе отсчета не изменится. Перейдем обратно в неподвижную систему отсчета, связанную с землей и получим

$$V_0 = V_{rel} + u = V + 2u$$

Движение мяча после удара о ракетку – баллистическое движение с начальной скоростью v_0, направленной горизонтально (см. рис).



Уравнения движения мяча в выбранных на рисунке осях координат:

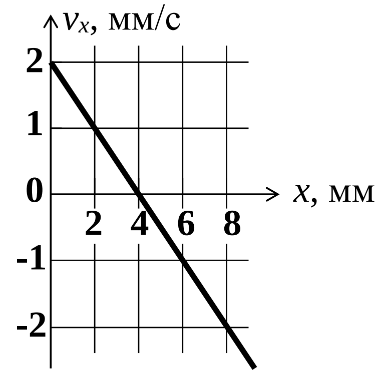
$$\begin{cases} x = v_0 t, \\ y = h - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

В момент удара о стенку $x = L$, тогда $t = \dfrac{L}{v_0}$.

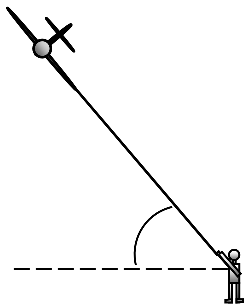
$$y = h - \frac{gL^2}{2v_0^2} = 1\,\text{м}$$

Ответ: 1 м

5. Муравей движется вдоль координатной оси Оx. На рисунке показана зависимость проекции скорости муравья v_x от координаты x. Чему равен модуль проекции ускорения муравья в начале координат? Результат приведите в м/с^2.



Ответ: 1 м/с^2



6. У школьника Андрея есть стеклянная пробирка массой M = 80 г и вместительностью V = 60 мл. Он опустил пробирку в цилиндрический сосуд с водой и постепенно насыпал на дно пробирки песок до тех пор, пока она не погрузилась в воду по горлышко (см. рис.). Затем Андрей измерил массу песка, находившегося в пробирке в этот момент, и она оказалась равной m = 12 г. Внутренний радиус сосуда, в который опущена пробирка, равен R = 5 см. Плотность воды равна 1 г/см^3. Определите по этим данным плотность стекла пробирки. Результат выразите в г/см^3.

Ответ: 2,5 г/см^3.

7. В стакане, доверху наполненном водой и закрытом сверху крышкой, плавает деревянный шарик. Во сколько раз увеличится давление шарика на крышку, если стакан движется с ускорением a = 0,4g, направленным вверх?

Ответ: 1,4

8. Кордовая модель самолета массой m = 100 г прикреплена к шнуру длиной L = 10 м и пренебрежимо малой массы. Самолет движется с постоянной скоростью V = 10 м/с и описывает горизонтальную окружность на такой высоте, что шнур образует угол θ = 30° с поверхностью земли во все время движения. Найти силу натяжения шнура. Считайте, что подъемная сила перпендикулярна шнуру. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2. Результат выразите в ньютонах.

Ответ: 5 Н

9. Мяч, покатили по полу к стене со скоростью V = 5 м/с, после удара о стену покатился назад со скоростью u = 4 м/с и вернулся в исходную точку после начала движения через время T = 1,8 с. Каково расстояние от исходной точки до стены? Результат выразите в метрах.

Ответ: 4 м

10. Из двух одинаковых кусков стальной проволоки свили две пружины. Диаметр витков одной из них равен d, другой 2d. Первая пружина под действием груза растянулась на одну десятую своей длины. На какую часть своей длины растянется под действием того же груза вторая пружина?

Ответ: 0,4

11. Из одной точки горизонтально в противоположных направлениях одновременно вылетают два тела с начальными скоростями υ_1=9 м/с и υ_2= 16 м/с. Через какое время t угол между векторами скоростей тел станет равным $\alpha=90°$? Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2. Результат выразите в секундах.

Ответ: 1,2 с

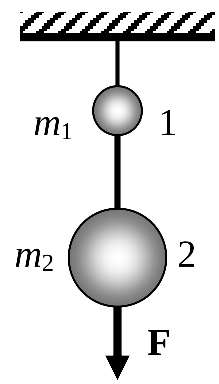
12. Воду, имеющую температуру T_1 = 283 К, помещают в холодильник. Найти отношение времени превращения воды в лед ко времени охлаждения воды до T_2 = 273 К. Удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,34 \cdot 10^5$ Дж/кг. Результат запишите тремя значащими цифрами.

Ответ: 7,95

13. Параллельно амперметру, имеющему сопротивление R_A = 1 Ом, включен медный провод (шунт) длиной l = 20 см и диаметром d = 1 мм. Определить величину тока в цепи, если амперметр показывает силу тока I_A = 0,2 А. Удельное сопротивление меди ρ = 0,017 мкОм·м. Результат выразите в амперах и округлите до трех значащих цифр.

Ответ: 46,4 А

14. Два груза массами m_1 = 1 кг и m_2 = 2 кг подвешены на двух нитях, как показано на рисунке. К грузу 2 приложена сила F = 3 Н. Определите, с каким ускорением начнут двигаться грузы, если верхнюю нить пережечь. Результат выразите в м/с^2.



Ответ: 11 м/с^2.

15. В калориметре находится 1 кг жидкого свинца при температуре плавления (327 °С). В калориметр влили 1 кг жидкого олова, взятого при температуре плавления (232 °С). Сколько жидкости окажется в калориметре спустя длительное время? Удельная теплоемкость олова 225 Дж/(кг*К), удельная теплота плавления олова 59 кДж/кг, свинца 24,3 кДж/кг. Ответ выразите в килограммах и округлите до 3 значащих цифр.

Ответ: 1,08 кг

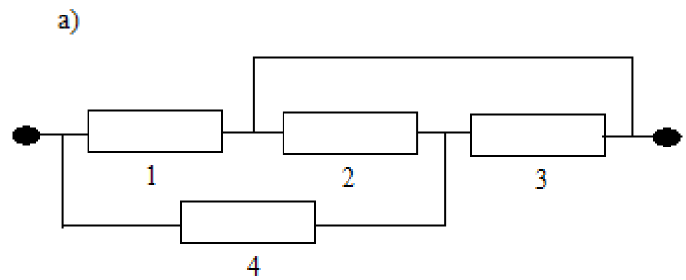
16. Два реостата сопротивлением 40 Ом и длиной 100 см подключили к источнику электрической энергии с напряжением 12 В так, как показано на схеме. Ползунки реостатов соединены вместе и движутся одновременно. Первоначально они установлены в крайнее левое по схеме положение. Какая мощность выделится в цепи через 50 с, если ползунок начать двигать со скоростью 1 см/с вправо? Сопротивлением источника электрической энергии и температурной зависимостью сопротивлений реостатов можно пренебречь. Ответ выразите в ваттах.

Ответ: 4,8 Вт

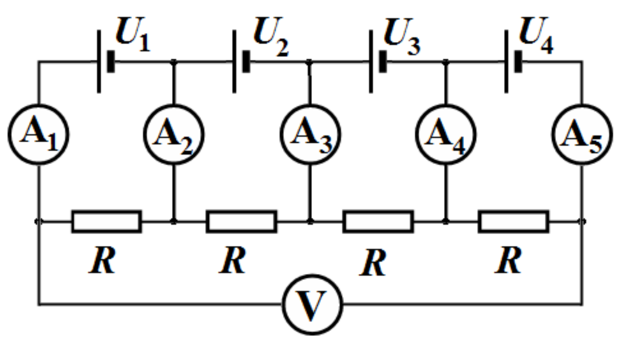
17. В калориметр с водой, температура которой $t_в$ = 20 ºC, переносят нагретые до t_1 = 100 ºC одинаковые металлические шарики. После переноса первого шарика температура воды в калориметре установилась равной t_2 = 40 ºC. После установления теплового равновесия в калориметр перенесли второй шарик. Какой станет температура воды в калориметре после переноса второго шарика? Ответ дайте в градусах по шкале Цельсия.

Ответ: 52 ºC

18. Каково сопротивление цепи, если сопротивление каждого из резисторов 10 Ом? Ответ дайте в омах.



Ответ: 6 Ом.



19. В цепи, показанной на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R = 1,0 Ом. Все измерительные приборы идеальные, внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Напряжения источников таковы, что амперметры A_1, A_2, A_3 и A_4 показывают одинаковые значения сил токов равные I_1 = 1 А. Какую силу тока (в амперах) показывает амперметр A_5?

Ответ: 4 .А

20. Мяч брошен с земли со скоростью v_0 = 10 м/с под углом α = 60° к горизонту. На мяч во время полета действует встречный горизонтальный ветер, сообщая мячу постоянное ускорение a в горизонтальном направлении. Чему равно ускорение a, если известно, что мяч вернулся в исходную точку? Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2. Ответ округлите до двух значащих цифр и выразите в м/с^2.

Ответ: 5,8 м/с^2.

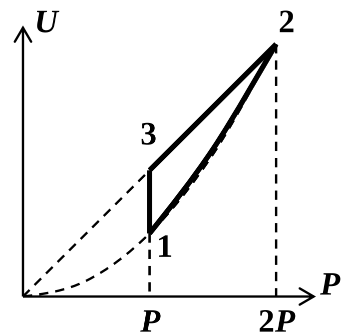
10 класс

Вариант 1

1. Два бруска массами m и 2m, соединенные невесомой нерастянутой пружиной жесткости k, лежат на горизонтальной поверхности (см. рис.). В брусок массой m попадает горизонтально летящая пуля и застревает в нем. Масса пули m. При какой минимальной скорости v пули сдвинется не только брусок, в который она попала, но и другой брусок. Коэффициент трения брусков о поверхность равен μ. Время взаимодействия пули и бруска считать очень малым.

Ответ: $v = 2\mu g\sqrt{\dfrac{6m}{k}}$

2. Тепловая машина, рабочим телом которой является идеальный одноатомный газ, совершает циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке показано, как меняется в цикле внутренняя энергия U газа в зависимости от его давления P. Процессу 1-2 на рисунке соответствует дуга параболы, когда внутренняя энергия пропорциональна квадрату давления, а процессам 2-3 и 3-1 – отрезки прямых. Рассчитайте коэффициент полезного действия для этого цикла. Результат округлите до двух значащих цифр и выразите в процентах.



Ответ: 8,3 %

3. Стоя на льду, человек пытается сдвинуть тяжелые сани за привязанную к ним веревку. Масса саней в 2 раза больше массы человека. Коэффициент трения саней о лед μ_1 = 0,20, человека о лед μ_2 = 0,30. Под каким минимальным углом к горизонту нужно тянуть за веревку? Ответ выразите в градусах в виде двузначного целого числа.

Ответ: 29°

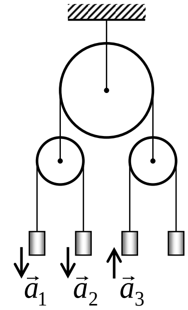
4. Воздушный шар с массой оболочки m имеет внизу отверстие, через которое воздух в шаре нагревается горелкой до температуры t = 77°C. Если к оболочке прикрепить груз массой $4m$, то шар сможет подняться в воздух и плавать вблизи поверхности Земли. На какую максимальную высоту способен подняться этот воздушный шар, если с него сбросить половину массы груза? Температура окружающего воздуха на этой высоте равна t_1 = –23°C, а вблизи поверхности Земли t_0 = 27°C. Как известно, атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые пять километров высоты. Оболочку шара считайте нерастяжимой. Результат выразите в километрах.

Ответ: 10 км

5. Найдите угол отскока шарика при угле падения 30° на идеально гладкую поверхность, если при ударе шарик теряет половину кинетической энергии. Угол падения – это угол между нормалью к поверхности и траекторией шарика. Результат выразите в градусах

Ответ: 45°

6. Механическая конструкция, состоящая из трех блоков и четырех грузов, подвешена к неподвижному потолку. Блоки невесомы, нити невесомы и нерастяжимы, трение отсутствует. На рисунке показаны направления ускорений трех грузов в системе отсчета, связанной с потолком. Модули этих ускорений равны соответственно $a_1 = \frac{1}{10}g$, $a_2 = \frac{1}{5}g$, $a_3 = \frac{3}{10}g$, где g – ускорение свободного падения. Определите модуль ускорения четвертого груза.



Ответ: 0

7. Железный шарик объемом 0,25 мл опускается в вязкой жидкости с постоянной скоростью 5,5 м/с. Сила вязкого трения прямо пропорциональна скорости шарика. Коэффициент пропорциональности равен 0,003 Н·с/м. Во сколько раз плотность жидкости меньше плотности железа? Плотность железа 7800 кг/м^3.

Ответ: 6,5

8. Юный исследователь Петя Петров налил в электрический чайник воды и положил туда куриное яйцо. Он заметил, что содержимое чайника нагрелось за время τ_1 = 1 мин на Δt_1 = 10ºC. Когда Петя положил в чайник с тем же количеством воды 3 яйца, содержимое чайника нагрелось за время τ_2 = 2 мин на Δt_2 = 10ºC. На сколько градусов нагреется в чайнике за время τ_3 = 1 мин то же самое количество воды, но уже без яиц? Во всех трех процессах кипения воды не происходит. Яйца одинаковые. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Ответ: 20°

9. Ученик 9 класса Петя Иванов исследует охлаждение воды в стакане на морозе. Он заметил, что охлаждение от температуры 91 °C до 89 °C происходит за 3 минуты, а от температуры 31 °C до 29 °C — за 6 минут. Известно, что мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур стакана и окружающей среды. За какое время будет происходить охлаждение от 11 °C до 9 °C? Результат выразите в минутах. Удельная теплоемкость воды $c_в$ = 4,2 кДж/(кг·ºC)

Ответ: 9 мин

10. Мальчик бежит сначала вниз по эскалатору, а затем вверх с одной и той же скоростью. В первом случае он насчитал n_1 = 75 ступенек, а во втором – n_2 = 150 ступенек. В какую сторону движется эскалатор?

Ответ: вниз

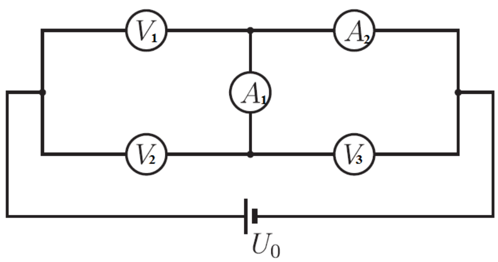
11. В теплоизолированном сосуде в воде плавает кусок льда массой m = 100 г, в который вмерзла свинцовая дробинка. Когда к льдинке подвели количество теплоты Q = 32 кДж, она начала тонуть. Какова масса дробинки? Плотности воды 1 г/см^3, льда 0,9 г/см^3, свинца 11,3 г/см^3, удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг. Результат выразите в граммах.

Ответ: 7 г

12. У школьника Андрея есть стеклянная пробирка массой M = 80 г и вместительностью V = 60 мл. Он опустил пробирку в цилиндрический сосуд с водой и постепенно насыпал на дно пробирки песок до тех пор, пока она не погрузилась в воду по горлышко (см. рис.). Затем Андрей измерил массу песка, находившегося в пробирке в этот момент, и она оказалась равной m = 12 г. Внутренний радиус сосуда, в который опущена пробирка, равен R = 5 см. Плотность воды равна 1 г/см^3. Определите по этим данным плотность стекла пробирки. Результат выразите в г/см^3.

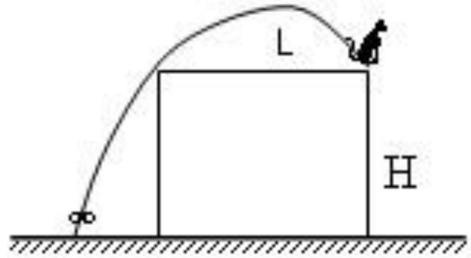
Ответ: 2,5 г/см^3.

13. К идеальной батарейке с напряжением 1,3 В подключена цепь, состоящая из неидеальных вольтметров и амперметров. Показания одного из амперметров отличаются от показаний другого в 3 раза. Сопротивление вольтметров больше, чем сопротивление амперметров. Определите показание вольтметра V_1. Результат выразите в вольтах.

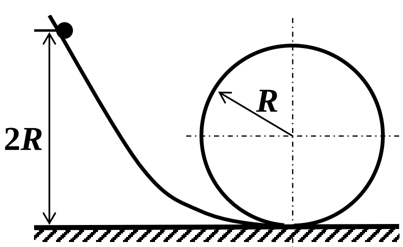


Ответ: 1 В

14. Кот Леопольд сидел у края плоской крыши сарая высотой 2 м и шириной 2,4 м. Озорной мышонок, подкрался с другой стороны сарая и выстрелил по Леопольду из рогатки. Какой должна быть минимальная начальная скорость камня, чтобы мышонок смог попасть в кота? Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2. Результат выразите в м/с.



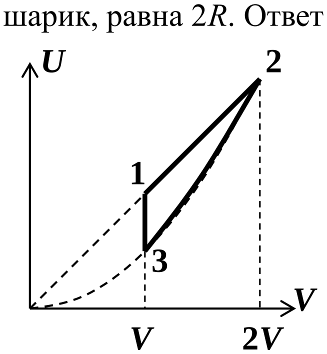
Ответ: 8 м/с.



15. Шарик скользит без трения по наклонному желобу, а затем движется по «мертвой петле» радиуса R = 27 см (см. рисунок). Высота, с которой отпускают шарик, равна $2R$. Ответ выразите в см.

Ответ: 50 см

16. Тепловая машина, рабочим телом которой является идеальный одноатомный газ, совершает циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке показано, как меняется в цикле внутренняя энергия U газа в зависимости от его объёма V. Процессу 2-3 на рисунке соответствует дуга параболы, когда внутренняя энергия пропорциональна квадрату объема, а процессам 1-2 и 3-1 – отрезки прямых. Рассчитайте коэффициент полезного действия для этого цикла. Результат округлите до двух значащих цифр и выразите в процентах.

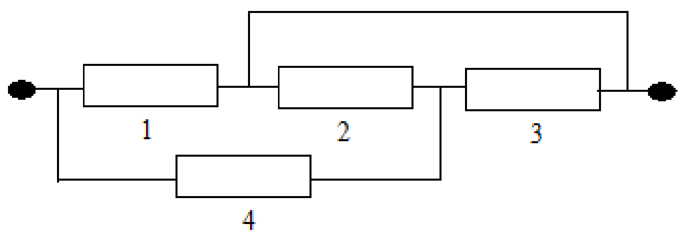


Ответ: 7,7 %

17. Сосуд разделен на две равные части полупроницаемой неподвижной перегородкой. В обеих частях сосуда находится кислород O_2, молекулы которого могут свободно проходить через перегородку. В некоторый момент под действием электрического разряда весь кислород, находившийся в левой части сосуда, превращается в озон O_3. Для молекул озона перегородка непроницаема. Определите отношение давлений в левой и правой частях сосуда после установления в них равновесия и выравнивания температур. Химическая реакция образования озона: $3O_2 \rightarrow 2O_3$. Считать, что обратного превращения озона в кислород не происходит. Ответ округлите до двух значащих цифр.

Ответ: 2,3

а)

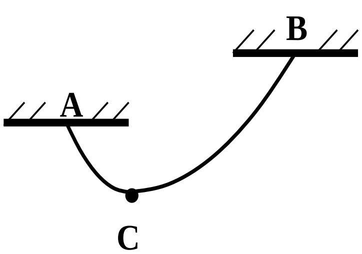


18. Каково сопротивление цепи, если сопротивление каждого из резисторов 10 Ом? Ответ дайте в омах.

Ответ: 6 Ом.

19. Мяч брошен с земли со скоростью v_0 = 10 м/с под углом α = 60° к горизонту. На мяч во время полета действует встречный горизонтальный ветер, сообщая мячу постоянное ускорение *a* в горизонтальном направлении. Чему равно ускорение *a*, если известно, что мяч вернулся в исходную точку? Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2. Ответ округлите до двух значащих цифр и выразите в м/с^2.

Ответ: 5,8 м/с^2.



20. Однородная тонкая веревка свободно висит так, что ее концы закреплены в точках А и В (см. рисунок). При этом самая нижняя точка веревки (точка С) делит веревку в отношении 1:3. Силы натяжения веревки в точках закрепления равны T_A = 3 Н и T_B = 7 Н соответственно. Определите массу веревки. Ответ округлите до одной значащей цифры и выразите в килограммах.

Ответ: 0,9 кг